

# 注文生産物の 生産・費用函數

李 泰 旭\*  
成 培 永\*\*

## I. 序 言

本研究의 目的은 生産과 費用分析에 있어서 經濟的인 양상과 工學的인 양상을 結合시키는 可能性을 찾기 위하여 現代産業의 注文生産에 있어서 經濟的이고 工學的인 양상을 代表할 수 있는 變數들을 포함시킨 分析模型의 可能性을 추구한다.

生産函數는 生産技術條件의 表現이다. 그러나 生産過程의 구조를 파악하는 것은 經濟學者나 工學者 어느 한 편의 책임이 아니라 다같이 投入物과 產出物의 적절결합에 대한 生産 및 費用의 經濟的인 面을 고려함과 동시에 生産에 있어서 物理的인 要因과 生産代案에 대하여 관심을 가져야 할 것이다. 바로 여기에 現代産業에 있어서 企業이 직면하는 經濟的인 條件과 生産物의 工學的인 特性을 同時에 살릴 수 있는 變數들을 포함시켜 生産과 費用을 分析할 理論的인 根據가 필요한 것이다.

新古典派 理論에 의하면 기업의 生産分析을 위하여 個別企業이 制限된 資源을 어떻게 적정수준에서 利用하고 있는가에 주로 관심을 갖고 있다. 이러한 企業의 行爲를 分析하기 위한 模型에서는 기업이 주어진 期間內에 여러가지 投入物을 어떻게 投入하여 여러가지 生産物을 產出하는데 있어서 利潤을 最大化하는가가 目的이 되어 있다.

相互 聯關性을 갖고 있는 決定變數를 生産函數에 導入하여 기업 전체에 對한 連續的인 變數의 函數關係로서 表現되는 生産函數에 주된 관심을 갖고 있다.

비록 이러한 接近方法이 生産函數를 數學的으로 表現할 수 없다고 하더라도 어떤 方法을 써서 企業의 적정화 문제가 解決된다고 보고 있다. 이런 形態의 限界分析은 企業分析 자체가 市場分析과 價格, 技術, 消費者嗜好 등의 變動에 對한 企業의 反應에 대한 일반적인 解決方案을 모색하는데 있어서 중간단계에 지나지 않는다는 데 正當性을 두고 있다. 그래서 論議의 대상은 企業 生産活動의 特定構造에 관심을 두는 內部生産條件보다는 그 기업이 속하는 産業이 競爭의이나 아니냐하는 점과 나아가서는 全般的인 經濟的 效率에 있다고 본다.

그러나 現代企業은 그 規模에 있어서 大小를 막론하고 全般的으로 다룬다든가 經濟的이고 工學的인 特性을 망라한 變數들을 가지고 靜態的이고 全體的인 生産函數를 특징지우기에는 너무 複雜하다. 따라서 新古典派理論에 있어서는 이러한 어려움이 뒤따르게 된다.

한편 高度로 開發된 生産過程에 相對的으로 쉽게 적응할 수 없는 組織을 가진 完全 連續的인 生産函數에 補完的인 代案으로 短期的이나 線型計劃接近方法이 開發되었다.

\*西江大學校 經商大學 副教授

\*\*西江大學校 經商大學 助教授

本研究은 1975년도 文教部學術研究造成費에 의하여 이루어진 것임.

## 10 經濟學研究

線型計劃에 있어서는 有限한 技術의인 生産過程이 있다고 보고 生産過程 하나가 企業의 生産技術 하나를 表示한다고 가정한다. 이러한 過程分析에 있어서 하나의 過程은 最終生産物을 生産한다고 가정하고 주어진 技術과 有用資源으로 資源의 適正配分을 위한 生産過程의 線型結合을 파악하자는 것이 主要 관심사가 되었다. 그러나 最終生産物의 生産函數에 관한 한 線型計劃에 있어서는 각 生産過程은 最終生産物을 生産하고 있다는 가정에는 동일하므로 經濟的이고 工學的인 變數를 하나의 生産過程에 특징지우기란 또한 어려운 問題가 되고 있다.

여기서 主要한 관심사는 이러한 現代企業의 生産과 費用函數를 分析하기 위한 새로운 代案을 模索하는 데 있다.

### II. 理論的 根據

現代産業의 生産過程은 너무 복잡하기 때문에 주어진 生産物에 대한 生産函數關係를 記述하는데 있어 技術的인 關係를 段階的으로 區分하여 表示할 必要가 있다. 다시 말해서 最終生産物을 生産하는데 거치게 되는 모든 生産段階를 部分生産函數 또는 過程으로 表示하는 것이다. 더욱이 生産過程의 개념을 導入함으로써 生産物의 物理的 要因뿐만 아니라 生産函數의 經濟的 條件을 包含시키는 데 도움이 될 것이다. 이러한 接近方法을 채택하는 利點은 現代産業의 複雜한 生産構造를 취급하는 데 便利하며 또한 生産에 있어서 工學的인 양상과 經濟的인 양상을 동시에 고려할 수 있는데 있다.

生産의 기초현상인 生産過程은 하나 또는 그 以上の 原料나 中間生産物이 에너지를 供給하는 加工要素의 적용을 통하여 하나의 數量 單位에서 다른 單位로 變形되는 것을 말하는데 이는 주어진 形態의 設備과 에너지의 적용과 關聯된 設計單位라고 할 수 있다. 그래서 全體工場을 工程으로 區分할 正確하고 唯一한 方法이 없거나 分析의 편의상 工程 또는 生産過程으로 區分하는 것이다. 어떠한 에너지의 적용은 經濟學者와 工學者의 生産概念에 있어서 同一하게 使用되는 要素가 된다.

生産過程에 있어서는 投入物을 加工要素(勞働이나 資本과 같이 에너지를 供給하고 制御 變更하는 投入物)와 投入商品(原料나 中間生産物과 같이 에너지를 흡수하는 投入物)으로 나누게 된다<sup>1)</sup>.

加工要素가 적용됨으로서 다음과 같이 投入商品이 產出物로 變形된다<sup>2)</sup>.

$$\begin{array}{c} \text{加工要素} \\ \text{(投入商品)} \longrightarrow \text{(產出物)} \end{array}$$

$$\text{또는 } \begin{pmatrix} m_i \\ \vdots \\ x_i \end{pmatrix} \xrightarrow{L, K} X_i$$

여기서  $L$ =勞働

$K$ =資本

$m_i$ =다른 産業으로부터 購入하는 原料 ( $i=1, 2, 3, \dots$ )

$x_i$ = $i$ 生産過程에서 生産되는 產出物 ( $i=1, 2, \dots$ )

$x_j=j$                        $q$                        $n$                       ( $j=1, 2, \dots, n$ )

1) Hollis B. Chenery, "Process and Production Function from Engineering Data", in *Studies in the Structure of the American Economy* edited by W. W. Leontief, et al, Oxford University Press, 1953.

2) 하나의 과정에서는 하나의 산출물이 생산된다고 가정하라.

먼저 生産過程을 投入商品과 產出商品關係라고 보자. 그리고 그 關係를 投入產出分析에서와 같이 線型關係라고 가정한다면 各 過程은 商品要素의 벡터로서 다음과 같이 表示할 수 있다.

$(1, -a_{2j}, \dots, -a_{nj})$ 의 벡터는  $j$  生産過程의 商品要素벡터이며 1은 單位生産物量이고  $-a_{ij}$ 는 그에 대응하는 投入商品의 量으로 表示된다.

技術的인 連續性을 가진 全體 生産過程을 위의 벡터를 利用하여 行列로 表示할 수 있으며 이 行列을 商品技術(commodity technology)이라 하자<sup>3)</sup>. 이 行列은 原料와 中間生産物이 어떻게 最終生産物로 變形되는가를 表示하고 있다. 즉 生産過程間의 關係뿐만 아니라 最終生産物에 이르는 連續的인 過程을 나타내고 있으므로 生産物の 工學的인 양상을 고려하여 工學者의 設計에 의해 作成될 수 있다.

다음으로 生産過程을 加工要素와 各 過程의 產出商品間의 關係라고 본다면 過程生産函數라는 關係를 定義할 수 있다<sup>4)</sup>. 이 函數關係는 技術水準, 加工要素의 生産性, 生産規模 및 기타 經濟的 條件에 의해 決定될 것이다. 다시 말해서 주어진 內部生産여건하에서 過程生産函數는 一定한 期間內 加工要素의 소모량과 各 過程의 產出物의 生産量間의 關係라고 定義되며 이 函數는 靜態的이고 주어진 期間內에 存在한다.

生産過程의 개념 파악과 商品과 加工要素의 區分으로 生産에 있어서 經濟的 樣相과 工學的인 樣相을 結合시키는 것이 可能해진다. 즉 工學的인 樣相은 商品技術의 概念에 包含되어 있고 過程費用函數를 誘導할 수 있는 過程生産函數의 개념에 經濟的인 與件이 結合되어 있다.

生産行爲分析이 過程分析으로 행해지면 費用分析도 同一한 接近方法을 써야 한다. 이는 費用分析인 生産函數와 投入物의 結合條件에 기초를 두고 있기 때문이다. 그래서 過程分析에서는 總生産費用을 두 개의 범주로 大分할 수 있으며 하나는 原料費用인데 이는 商品技術行列式으로 부터 誘導할 수 있고, 다른 하나는 加工要素費用인데 이는 過程費用函數로 부터 誘導할 수 있다.

### III. 生産과 費用分析模型

生産과 費用分析을 위해 經濟的 變數와 工學的인 變數를 포함한 理論的인 模型을 만들기 위해 다음과 같은 몇가지 假定을 세운다.

첫째, 一定한 期間( $T^*$ )內에 生産計劃된 總最終生産物의 量이 주어져 있다. 이것을 生産計劃이라 하자. 특히 注文生産의 경우 잘 적용이 된다고 본다.

둘째, 賃金率, 利率, 인플레이션率 및 技術과 같은 外生的 變數는 一定하다고 가정한다.

세째, 生産計劃期間中에는 企業의 資本規模가 一定하다.

네째, 勞動의 供給은 完全彈力的이어서 勞動供給에 制限이 없다고 한다. 이 가정은 模型을 간편하게 하기 위한 것이나 나중에 가서 模型의 制約要因으로 도입함으로써 이 假定을 완화할 수 있다.

3) 投入 및 產出商品과 加工要素를 구별하기 위하여 상품기술이라 했는데 비슷한 개념은 Melin E. Salvenson, "On a Quantitative Method in Production Planning and Scheduling" *Econometrica*, Vol. XX (Oct. 1952)를 보라.

4) 勞動과 資本은 加工要素인데 加工要素를 직접적인 것과 間接적인 것으로 區分할 수 있다. 直接要素는 주어진 生産계획에 있어서 生産活動에 直接的인 連關을 갖는 것이며 間接要素는 일반관리비용과 같이 特定生産計劃에 부가하기 힘든 費用을 말한다. 生産過程을 加工要素와 生産物의 關係라고 본다면 直接要素만을 고려해야 할 것이다.

## 1. 商品技術

## (1) 商品技術의 作成

全體 生産體系를 投入商品과 產出商品間의 線型關係로 表示하는 生産過程으로 포착한다면 加工要素를 고려하지 않고 投入 및 產出商品의 行列을 作成할 수 있는데 이것을 商品技術이라고 하고 行列  $A$ 로 表示한다. 이 商品技術은 原料와 中間生産物이 한 형태에서 다른形態로 전환하여 最終生産物에 이르는 技術的인 連續段階를 나타낸다. 즉  $A$  行列은 時間의 흐름이나 加工要素의 生産性 및 이들 間의 比率에 關係없이 原料나 中間生産物의 靜態의 흐름을 表示하므로 分析의 편의상 工學者가 設計할 수 있다고 본다.

商品技術行列의 作成은 生産物의 工學的인 특징이 포함되어 있고 表 1에서 보는 바와같이 各 生産過程은 行列  $A$ 의 橫列에 나타나 있다. 여기서  $m_i$ 列은 除外된다.

表 1. 어떤 産業의 商品技術

	$m_1 \ m_2 \dots\dots\dots$	$x_1 \ x_2 \dots\dots\dots x_n$
$m_1$	1	
$m_2$	1	$-b_{11}$
$\vdots$		
	0	0
$x_1$		1
$x_2$		1
$\vdots$		
	0	0
$x_n$		1

註:  $m_i$  橫列을 포함한 것은  $A$  行列을 表示하기 위한 것이며 한 産業의 生産過程의 構造는 過程  $x_i$  ( $i=1, \dots, n$ )로 국한되어 있다.

行列  $A$ 의  $-b_{ij}$ 와  $-a_{ij}$ 는 生産商品 한 單位를 生産하는데 必要한  $j$  投入商品의 數量을 表示하는 係數이다. 이러한 行列  $A$ 는 어떤 特정한 生産計劃과 企業이 直面하는 經濟的 여건과는 關係없이 存在할 수 있다. 各 係數는 最終生産物과 投入商品과 中間生産過程 商品의 特性과 特質에 의해 決定되는 것이다.

行列  $A$ 에서 보는 바와 같이 各 生産過程은 Leontief의 投入產出模型과는 달리 단지 한 쪽 方向으로 다른 生産過程과 直接的인 連結이 있을 뿐이다. 이는 生産過程이 連續的인 段階이므로 中間生産物은 다음 生産過程의 投入商品이 되기 때문이다. 따라서 行列  $A$ 의 대각선 아래는 全部 0의 要素를 갖게 된다<sup>5)</sup>.

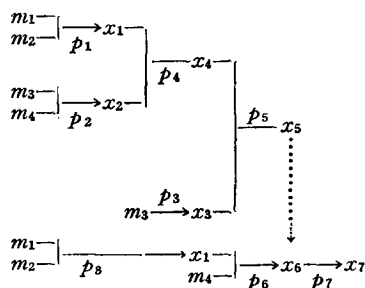
## (2) 投入商品의 要求量

하나의 最終生産物을 生産하기 위한 生産過程의 連續을 圖表 1에서 보는 바와 같다고 한다.

點線으로 表示된 生産過程은 補助過程(dummy process)으로서  $x_5$ 와  $x_6$ 가 過程  $p_1$ 의 投入要素가 아니라  $x_6$ 로서 過程  $p_7$ 를 시작하기 前에  $x_5$ 가 生産되어야 함을 說明하고 있다. 圖表 1에서 生産過程  $p_8$ 은  $p_1$ 과 同一하다. 왜냐하면 同一한 生産物을 生産하는데 있어서

5) R. Dorfman, P.A. Samuelson, and R.M. Solow, *Linear Programming and Economic Analysis*, McGraw-Hill Co., New York, pp. 257~260

同一한 投入係數를 가지는 生産函數이기 때문이다. 그러나 表 2의  $x_1$  橫列에서 보는 바와 같이 生産物  $x_1$ 은 投入物로서 두 개의 다른 生産過程에 投入되며 그 量에 있어서는 差異가 있기 때문에 이들을 다르게 취급하여 다음 生産過程에 要求되는 數量을 찾는 것이 模型의 簡便性和 數學的인 應用에 便利하다.



圖表 1. 假想的인 生産過程의 連續圖

圖表 1의 例題를 根據로 假想的인 行列 A를 作成하면 表 2와 같다.

例를 들어 生産過程 5와 7에서 生産되는 最終生産物의 量을 각각 10으로 보면

$$\begin{pmatrix} x_5 \\ x_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix}$$

이고 다른 生産過程에서 生産되어야 하는 生産量을 구하기 위하여 다음과 같이 하면 된다.

表 2. 假想的인 商品技術 行列

	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
$m_1$	1	0	0	0	-3	0	0	0	0	0	0
$m_2$	0	1	0	0	-2	0	0	0	0	0	0
$m_3$	0	0	1	0	0	-4	-5	0	0	0	0
$m_4$	0	0	0	1	0	-5	0	0	0	-2	0
$x_1$					1	0	0	-3	0	-1	0
$x_2$						1	0	-2	0	0	0
$x_3$							1	0	-5	0	0
$x_4$	0							1	-5	0	0
$x_5$						0			1	0	0
$x_6$										1	-5
$x_7$											1

最終生産物이 生産되는 各 生産過程의 生産必要量을 包含하는 벡타를  $F$ 라 하면

$$F = (m_1, m_2, m_3, m_4, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 10, 0, 10)$$

이 된다.

그리고 주어진 最終生産物을 生産하는데 必要로 하는 投入商品의 數量을 表示하는 벡타를  $R$ 이라 하면

$$R = [V(m_1), V(m_2), \dots, V(x_1), \dots, V(x_7)]$$

이다. 구하고자 하는  $R$ 은

$$AR = F \text{에서}$$

$$R=A^{-1}F$$

가 된다.

例題에서  $R$ 을 구하면

$$R=(600, 400, 650, 600, 200, 100, 50, 50, 10, 50, 10)$$

이고 各 生産過程의 生産量은

$$P_1; \left. \begin{matrix} m_1=450 \\ m_2=300 \end{matrix} \right\} \longrightarrow x_1=150$$

$$P_2; \left. \begin{matrix} m_3=400 \\ m_4=500 \end{matrix} \right\} \longrightarrow x_2=100$$

$$P_3; m_3=250 \longrightarrow x_3=50$$

$$P_4; \left. \begin{matrix} x_1=150 \\ x_2=100 \end{matrix} \right\} \longrightarrow x_4=50$$

$$P_5; \left. \begin{matrix} x_3=50 \\ x_4=50 \end{matrix} \right\} \longrightarrow x_5=50$$

$$P_6; \left. \begin{matrix} x_1=50 \\ m_4=100 \end{matrix} \right\} \longrightarrow x_6=50$$

$$P_7; x_6=50 \longrightarrow x_7=10$$

$$P_8; \left. \begin{matrix} m_1=150 \\ m_2=100 \end{matrix} \right\} \longrightarrow x_8=50$$

과 같다.

一般的으로 企業이 結合生産物을 生産하는 경우 이들 生産物이 最終生産物의 一定한 比率로 되어 있다면  $F$  벡터의 要因은 最終生産物의 種類로 表示되고 最終生産物의 數量이  $k$ 로 주어진다면 各生産物의 必要量은  $k \cdot R$ 이 된다.

原料의 必要量과 原料費用은 市場價格이 一定하다면 이 段階의 分析에서 決定된다. 이러한 費用은 生産方法, 加工要素의 生産性, 生産方法 등에 영향을 받지 않기 때문에 特定 企業의 内部經濟與件을 考慮할 必要도 없게 된다.

## 2. 過程生産 및 費用函數

生産費用中에서 原料費用을 除外한 加工要素費用을 分析하기 위하여 過程費用函數(process cost function)을 導出할 必要가 있다. 이의 導出을 위하여 生産過程을 加工要素와 各 過程에서 生産되는 生産物과의 關係라고 看做하고 이 關係를 過程生産函數(process production function)라고 하면 여기에는 生産의 經濟的인 與件이 포함되어 있다.

總加工要素費用을 最小化하기 위한 全體 生産過程의 組織網을 보기 전에 個別 過程生産函數와 費用函數를 알아 보기로 한다.

### (1) 過程生産函數

生産構造를 生産過程으로 定義했으므로 生産能力 또한 同一한 方法으로 分析되어야 한다. 그래서 生産能力은 加工生産要素의 실제 크기로 나타낼 수 있는데 주어진 期間內 資本과 勞動의 量을 말하게 된다. 過程生産函數의 分析에 있어서 어떤 企業의 資本의 量(機械設備等)은 特定한 生産計劃에 주어진 制限時間中에는 固定되어 있다고 가정했다. 단지 勞動時間에는 制限이 없다고 보자.

資本量은 固定되어 있으므로 過程生産函數關係에서 勞動時間만이 加工要素의 단위로 사용된다. 이들 函數關係는 보편적인 經濟理論에서와 같이 線型이 아니라고 본다.

$x_i(H)$ 를 단위기간내  $H$  勞動時間으로 生産한 生産量이라 하고  $x_i$ 와  $H$ 와는 非線型關係

가 있다고 가정하면 圖表 2에서 보는 것과 같은 過程生産函數를 圖示할 수 있다.

$H^*$ 에서는 限界生産( $MP_i$ )와 平均生産( $AP_i$ )가 同一하고  $AP_i$ 가 最大가 된다. 즉

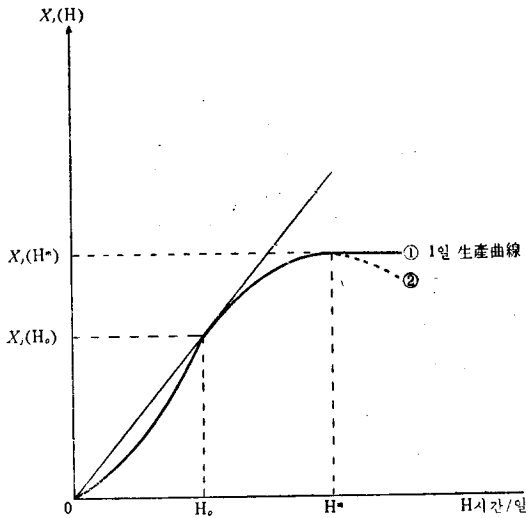
$$\frac{x_i(H)}{H} = \frac{dx_i(H)}{dH}$$

이다.

$H^*$ 에서는 주어진 期間內 最大의 勞動時間을 表示하며 여기서 限界生産은 0이 된다.

$x_i(H^*)$ 는 平均生産이 最大인 生産量이며  $x_i(H^*)$ 은 總生産量이 最大인 生産量이 된다.

실제 目的을 위하여 要求되는 生産範圍는 原點에서  $H^*$ 까지이고  $H^*$ 以後에는 ①과 같이 항상 限界生産을 0으로 看做한다.



圖表 2. 過程生産函數

## (2) 過程費用函數

傳統의인 費用分析에 있어서 費用函數는 費用과 주어진 기간內 生産量과의 關係를 表示하고 있다. 그래서 企業은 利潤最大化를 위해 單位기간의 生産量을 重要한 變數로 취급하고 있는데 이러한 費用分析의 根本的인 理念은 企業이 주문에 의해 生産하는 것이 아니라 市場에 판매하기 위해서 同質的인 商品을 계속 生産한다는 것이다.

全體生産量의 크기보다는 單位기간內 生産量에 絕對的인 重點을 두는 것은 다음과 같은 두가지 暗示的 假定에 근거를 두고 合理化될 수 있는 것이다. 즉 계획된 總生産量은 無限하여 企業은 그들의 定한 기간內 生産量을 영구히 生産할 수 있다는 假定이나, 계획된 總生産量은 有限하나 기간內 生産量의 變動에 比例해서 變動할 수 있다는 假定이다.

市場을 위해 大量生産하는 企業의 경우 傳統의인 費用函數의 개념이 타당성을 가질 것이고 企業이나 市場行爲의 分析이나 統計的인 費用函數測定에 있어서 總生産量(volume dimension of output)의 측면은 무시될 수도 있다<sup>6)</sup>.

그러나 傳統의인 接近方法은 生産과 費用函數分析에 있어서 造船業과 같이 生産期間이

6) J. Hirshleifes, "The Firm's Cost Function: A Successful Reconstruction?" *The Journal of Business*, Vol. XXXV (July, 1962) pp. 236~239

상대적으로 대단히 길고 生産량이 制限되어 있는 産業에서는 重要な 制限點이 있다. 造船業의 경우 市場을 위한 大量生産이 아니라 制限된 期間內 注文에 의한 계획된 量을 몇 년에 걸쳐서 生産해야 하는 性質을 갖고 있다.

그래서 時間的인 制約을 갖고 一定한 量을 生産해야 하는 경우에 알맞은 分析方法이 模索되어야 한다. 결국 生産過程의 개념과 生産構造의 일관적인 過程을 分析함으로서 生産期間이 길고 數量이 制限되어있는 注文生産物의 費用과 生産分析에 큰 문제점이 없게 되는 것이다. 더우기 總生産량과 時間變數를 포함시킴으로 해서 短期費用分析에 있어서 生産技術이 주어졌다는 假定을 완화시킬 수 있다. 사실상 生産費는 주어진 設備에서 技術水準의 變動에 의해 變化할 수 있으며 生産의 進行은 知識을 증가시키고 나아가 未來에 있어 生産費의 下落을 가져오게 된다. 따라서 總生産량과 時間變數를 포함시킴으로서 總生産량과 生産期間이 單位期間生産량과 더불어 費用分析에 있어서 重要하며 보다 現實的으로 될 수 있다.

費用分析에 있어서 以上の 두 變數를 도입시키는 방법을 Alchian의 費用函數의 修正模型과 進行函數(progress function)에 근거를 두고 開發하기로 한다<sup>7)</sup>.

進行函數의 基本개념은 總生産량이 倍增하면 平均費用은 一定比率로 減少한다는 것이며 進行曲線은 주어진 生産設備에 있어서 技術의 계속적인 進歩에 관련된 여러가지 生産函數 중의 각 점을 연결한 線을 일컫는 것이다. 技術進歩는 生産過程의 變化와 더불어 노동과 경영의 경험에 의해 얻어지는 개선을 포함한다. 傳統的인 費用에 대한 경제이론과 진행함수의 차이점은 單位期間生産량이 總生産量으로 대체되었고 技術進歩만이 平均費用을 減少시키는 유일한 要素라는 점이다. 따라서 進行函數는 生産되는 全體期間中에 누적된 總生産水準과 관계를 갖고 있다.

現在까지 費用과 總生産量간의 관계에 대한 연구는 最終生産物의 水準에서 수행되어 왔으나 生産過程에서 얻는 知識이 費用에 미치는 效果를 보다 의미있게 評價하기 위해서는 最終生産物의 生産段階뿐만 아니라 行列 A에서 定義된 것과 같이 中間生産段階에 있어서 生産過程에서 얻는 知識을 評價하는 것이 더 要望스럽다고 하겠다. 왜냐하면 各生産段階에 있어서 定義된 總生産量으로서 最終生産物의 多角的生産에서 얻는 技術效果의 개념을 정확하게 사용할 수 있게 하기 때문이다.

費用과 總生産량의 관계로 生産過程의 水準에서 定義함으로서 얻게 되는 두번째 有利點은 새로운 生産過程의 生産량에 의한 費用의 變動程度는 既存過程의 그것과 比較할 수 있고 總生産량의 증가에 의한 費用節約의 여지를 확인하여 개선을 위한 分析을 가능하게 한다는 점이다. 그래서 各生産過程水準에서 費用과 總生産량과의 관계를 실제로 연구하는 것이 바람직하며 그러기 위해서는 各生産過程에 있어서 必要한 자료를 수집해야 할 것이다.

- 
- 7) (1) Armen Alchian, "Cost and Output" RAND Corporation Paper p-1449 (Sept., 1958), reprinted in *Readings in Microeconomics*, edited by W. Breit & H. Hochmum.  
 (2) A. Alchian, "Reliability of Progress Curve in Airframe Production," *Econometrica*, Vol. 31, No. 4 (Oct., 1963) pp. 679-793.  
 (3) L. E. Preston and E. C. Keachie, "Cost Function and Progress Function: an Integration", *American Economic Review*, Vol. LIV, No. 2 (Mar., 1964) pp. 100-107.  
 (4) W. Z. Hirsh, "Manufacturing Progress Functions" *Review of Economics and Statistics*, Vol. 34 (May, 1952) pp. 143-155.  
 (5) W. S. Oi, "The Neoclassical Foundation of Progress Functions" *The Economic Journal*, Vol. 77 (Sept., 1967) pp. 579-594.



靜態의 生産函數가 定義되고 그것이 單位生産期間의 한 점에서 存在했으므로 總生産量과 生産過程의 單位生産量과의 관계는  $V_j = x_j \cdot t$ 로 表示되며 여기서  $t$ 는  $V_j$ 의 總生産량을 生産하는데 所要되는 時間을 나타내고  $x_j(t)$ 는 生産과정  $j$ 의 單位生産량을 表示한다. 時間이 總生産량과 生産率(單位期間生産量)을 연결시켜 준다.

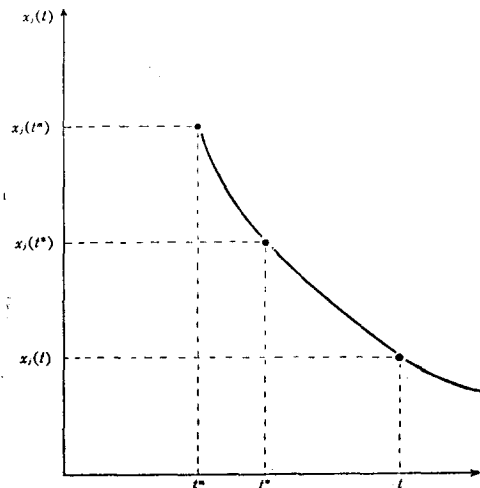
그러면 靜態의 生産函數  $x_j = f(H)$ 와 總生産량과 單位期間生産量과의 관계  $V_j = x_j(t) \cdot t$  그리고 加工要素의 供給條件등이 주어진다면 過程費用函數를 쉽게 유도할 수 있다.

기업이 직면하는 노동시간( $H$ )의 供給이 일정한 賃金水準에서 完全탄력적이라는 가정하에서는 일반적인 過程費用函數는

$$C_j = g(V_j, x_j, t)$$

가 될 것이며  $C_j$ 는 生産과정  $j$ 의 加工要素費用이 된다.

주어진 生産計劃에 所要되는 各生産過程生産物の 總生産量은 行列  $A$ 에서 유도되며 또한 일정량  $V_j$ 로 주어졌기 때문에  $V_j$ 를 生産하는데 필요한 過程生産函數는  $V_j = x_j(t) \cdot t$  대신에  $V_j = x_j(t) \cdot t$ 를 사용하여 유도할 수 있으며 費用函數  $c(V_j)$ 는  $x_j$ 나  $t$ 의 函數로 표시된다. 왜냐하면  $V_j = x_j(t) \cdot t$ 의 관계가 있기 때문이다. 먼저 주어진 總生産량( $V_j$ )은 費用에 영향을 미치지 않고 單位期間生産量(rate of output)만이 過程生産函數  $x_j = f(H)$ 를 통하여 영향을 미친다고 가정한다.  $H$ 의 單位費用은 고정되어 있다. 그러면 費用은  $V_j = x_j(t) \cdot t$ 의 관계(圖表 3)에서  $x$ 나  $t$ 의 函數로 表示할 수 있다(圖表 3 참조).



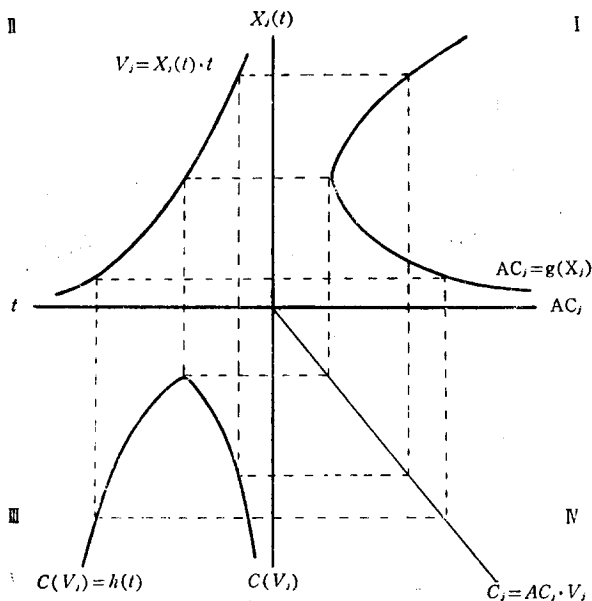
圖表 3. 單位期間生産量과 주어진 總生産량을 生産하는데 所要되는 生産期間과의 관계

圖表 3에서  $t^* = V_j / x_j(H^*)$ 로서 주어진 總生産量  $V_j$ 를 生産하는데 最小勞動時間을 投入했을 때 所要되는 最小生産期間이 된다. 圖表 3은 직각쌍곡선이며 單位期間生産量이  $x_j(H^*)$ 을 초과할 수 없고  $V_j = x_j(t) \cdot t$ 이므로  $0 < x_j < x_j(H^*)$ 과  $t > t^*$ 의 制約要因을 갖게 된다. 다시 말해서 주어진 總生産량을 生産하는데 單位期間生産量이 增加할 때 소요되는

總時間은  $t^*$ 까지 減少하게 되며  $t^*$ 에서  $x(t^*)=x(H^*)$ 이며 最大이다. 어떤 수준의  $t^*$ 와  $x_j(H^*)$ 는  $V_j$ 를 生産하는데 서로 相反관계에 있으므로  $c(V_j)=h(t_j)$  또는  $c(V_j)=\hat{h}(x_j)$ 로 쓸 수 있다.

函數關係  $h$ 와  $\hat{h}$ 는 過程生産函數의 性質에 의해 原點에 대해 볼록하며 어떤 費用函數를 利用하여 全體生産計劃을 分析하느냐는 生産計劃에 따라 決定될 수 있다.

以上 過程費用函數를 圖表로 유도해 보면 圖表 4에서와 같다. (圖表 4 참조).



圖表 4.  $C(V_j)=h(t)$ 의 유도

圖表 4의 I 상한에서는 單位生産量 平當費用  $AC_j$ 는 過程生産函數  $x_j=f(H)$ 와 노동의 供給曲線  $W=W$ (임금수준)에서 유도된 것이며 제 II 상한에서는  $V_j=x_j(t) \cdot t$ 의 관계를 표시하였다. 그리고 제 IV 상한에서  $V_j$ 를 生産하는데 필요한 총비용  $c(V_j)$ 은 單位生産費用에 生産량을 곱한 것으로  $c(V_j)=V_j \cdot AC_j$ 를 表示한 것이며 제 III 상한에서  $t$ 와  $c(V_j)$ 와 관계를 表示하고 있다. 進行函數가 제시하는데로 總生産량이 費用에 미치는 效果를 추정했다면 이 추정치는 주어진 總生産量에 있어서 平均費用이 얼마나 減少하는가를 나타내 준 것이며 따라서  $h$ 나  $\hat{h}$ 가 주어진다면 進行函數의 추정으로 費用函數의 下何移動程度를 알 수 있을 것이다.

지금까지 하나의 분리된 過程費用函數만을 고찰했으나 이것을 綜合하여 全體生産량을 生産하는데 時間的인 制約이 있는 全體生産計劃을 分析해야하며 주어진 各過程에 있어서 總生産量은 商品技術行列로부터 유도된 것이다.

全體生産計劃에 있어서는 生産計劃完成期間 ( $T^*$ )와 주어진  $V_j$ 의 범위내에서 각 過程의 可能生産期間 ( $t_j^*$ )은 決定되어야 하며 여기에  $t_j^* > t_j^*$ 과  $V_j=x_j(t^*) \cdot t_j^*$ 의 制約條件을 갖게 된다.

이러한 制約條件下에서 全體生産費用의 最小화를 위한 適正生産豫定表를 全體生産過程에 대해서 구할 수 있는 것이다.

### 3. 生産計劃模型

生産計劃에 소요되는 總費用은 原料費와 加工要素費用으로 구성된다. 소요원료량은 商品技術行列로부터 유도될 수 있으며 市場價格이 주어졌다면 原料費用은 쉽게 구할 수 있다.

加工要素費用중에서 間接加工要素費用은 生産計劃과 관계가 없으며 오히려 시간의 흐름에 一定比率로 표시할 수 있다. 따라서 總生産計劃을 완성하는데 드는 비용의 最小化는 直接加工要素費用의 最小化에 달려 있다고 보겠다.

#### (1) 生産活動의 種類와 過程費用의 選擇

最終生産物 한 단위를 生産하는데 있어서 行列 A에서 볼 수 있는 것과 같이 技術의 단계를 거쳐 각 生産過程의 生産活動이 일어나게 된다. 일반적으로 주어진 生産計劃을 완성하는데 두 種類의 生産活動이 있는데 하나는 單純生産循環이고 다른 하나는 反復生産循環이다.

單純生産循環은 最終生産物에 이르는 각 生産過程이 단계적으로 일어나며 몇몇 生産過程에서 生産된 중간生産物이 다음 生産과정의 投入商品이 될 때는 前過程의 生産이 완성된 후에 다음 단계의 生産이 가능하며 이러한 단계가 다 완성되면 시간적인 제약을 가진 全 生産計劃이 완성되는 것이다.

反復生産循環은 最終生産物 한 단위를 生産하는 경우에는 生産過程의 각 단계를 거쳐야 하지만 전체 生産計劃을 완성하는데 다음 生産過程을 시작하기 위해 반드시 前段階의 전체 生産량( $V_i$ )이 다 生産되어야 할 필요가 없이 모든 단계의 生産活動이 동시에 진행되어 결국 全體生産計劃을 완성하는 것이다. 이러한 生産活動의 종류는 시간적인 제한이 있는 生産計劃의 성질에 따라 결정되며 生産計劃의 성질은 소요시간과 最終生産物の 경제적 특성에 의해 달라질 수 있다.

單純生産過程은 造船과 建設등과 같이 하나의 最終生産物을 완성하기 위하여 長期의 生産期間과 大量의 中間過程 生産物の 生産이 必要한 生産物の 경우에 해당되며 反復生産過程은 市場이나 注文에 의한 需要를 충족시키기 위한 大量的이고 反復적인 生産이 必要한 生産物の 경우에 관련된다고 하겠다.

單純生産循環의 生産計劃에 있어서는 全體生産計劃이 生産活動의 1회의 순환만을 요구하므로 주어진 제한시간  $T^*$ 를 충족시키기 위한 生産過程간의 均衡이 중요 관심사가 된다. 따라서 시간變數가 全體生産量과 單位期間生産量과를 연결시키는데 중요한 變數가 될 것이다. 다시 말해서 費用函數  $c(V_i) = h(t)$ 와 여러 生産過程과의 상호연관성을 포착함으로써 加工要素費用을 最小化시키기 위해 生産過程간에 주어진 제약시간을 最適하게 分配시킬 수 있고 生産計劃을 세울 수 있을 것이다. 한편 反復生産過程은 生産循環이 反復해서 일어나고 全體生産計劃을 완성하기 위해 여러 生産過程의 生産活動이 동시에 일어나므로 각 生産過程의 生産期間의 조정보다는 生産過程의 單位期間生産量 自體가 보다 관련성있는 變數가 될 것이며 最終生産物을 生産하기 위해 필요한 生産過程의 生産物간의 均衡에 주의할 것을 기울여야 할 것이다. 따라서 總生産計劃期間  $T^*$ 중에 각 單位期間내 最終生産物の 期待需要에 따라 費用最小化를 위해 生産이 計劃되어야 하고 이때 過程費用函數  $c(V_i) = \hat{h}(x_i)$ 가 더 적절할 것이다.

## (2) 費用最小化를 위한 計劃作成

가. 單純生産循環

生産過程網을 표시하기 위해 生産過程을  $P_{ij}$ 로 나타내면  $P_{ij}$ 는 生産過程  $i$ 가 끝나고 과정  $j$ 가 완성되는 것을 의미한다. 따라서  $C_{ij}$ 는 過程  $i$ 에서 過程  $j$ 로 연결될 때 直接加工要素費用이라고 보고  $t_{ij}$ 는 그 때의 소요시간을 표시한다.

全體加工要素費用을 最小化하기 위한 수학적 計劃模型은 다음과 같다.

目的函數

$\text{Min } TPC = \sum_i \sum_j C_{ij} = \sum_i \sum_j h_{ij}(t_{ij})$ 를 만족시키기 위해

$$T_i + t_{ij} - T_j \leq 0$$

$$t_{ij} \geq t_{ij}^*$$

$$T_n - T_1 \leq T^*$$

$$t_{ij} \geq 0, T_i \geq 0 (\text{모든 } i, j \text{에 적용})$$

등의 조건이 주어졌다.

여기서  $TPC$ 는 總加工要素費用이고  $t_{ij}^*$ 는 最小制限時間이며  $T_i$ 는 각 生産過程의 시작 시간을 표시하는 미지變數이다.  $T_i$ 들은 目的函數에서 제외되었는데 이變數의 계수가 0이기 때문이다. 이들變數의 역할은  $t_{ij}$ 의 예상값을 過程網개념에서 추정 가능하게 하며 全體生産計劃期間이  $T^*$ 를 초과하지 못하게 規定짓는데 있다. 目的函數는 볼록함수의 합이므로 볼록函數가 되며 미분이 가능하다고 가정했다.

이 計劃模型의 해답은 각 生産過程에 소요되는 시간  $t_{ij}$ 의 限界費用을 제공한다. 즉 生産過程에 있어서 單位時間當 總勞動時間의 限界費用을 얻을 수 있다. 각 生産過程에 있어서 單位時間의 限界費用은 勞動時間 또는 加工要素가 效率의으로 配分되어 있는가 그리고 生産過程網間의 均衡을 유지하기 위하여 어느 生産過程에 더 많이 投入되어야 하는가를 표시해주고 있다. 요약해서 일단  $t_{ij}$ 를 구하고나면 다음과 같은 해답을 구할 수 있다.

- ① 각 生産過程에 있어서 單位時間當勞動의 必要量
- ② 制限時間  $T^*$ 내에서 生産活動이 있는 生産過程
- ③ 最小費用으로 制限時間  $T^*$ 내에 全體生産計劃을 완성하기 위해 여러 生産過程이 適正水準으로 운영되고 있는가의 여부등이 그것이다.

單位期間內 勞動時間  $H$ 에 制限이 있다면 다른 방법은 同一化된 最小制限時間의 制限點 ( $t_{ij} > t_{ij}^*$ )이  $t_{ij} \geq \bar{t}_{ij}$ 로 대체되며  $\bar{t}_{ij}$ 는 最大可能勞動時間  $H_{in}$ 에 결정되며  $H_{in} < H_{ij}^*$ (最大勞動時間)의 조건이 만족되어야 한다.

나. 反復生産循環

우선 간편하게 하기 위해 過程費用函數에 貯藏費用이 포함되지 않았다고 가정하자. 주어진  $V_i$ 를 生産하기 위한 過程費用函數를 유도해보자.  $x_i = f_i(H)$ 에서  $H_i = f_i^{-1}(x)$ 를 유도할 수 있다. 反復生産循環의 경우 費用函數를 나타내기 위해서  $t$  ( $0 < t < T^*$ ) 期間內 生産量을 알아야하고 制限時間 ( $T^*$ )內에 발생하는 費用을 最小化하기 위해  $t$ 에 있어서  $x(t)$ 를 구하면 된다. 따라서 靜態의인 過程生産函數에 時間變數를 포함시키므로써  $H_i(t) = f_i^{-1}[x(t)]$ 로 표시할 수 있고 貨金率( $W$ )이 일정하다고 가정했으므로 費用函數  $C_j = W \int_0^T f_j^{-1}[x(t)] dt = W \int_0^T H_j(t) dt$ 가 된다.

費用最小化를 위한 生産豫定計劃을 구하기 위한 수리적인 模型은 다음과 같다.

目的函數

$$\text{Min } TPC = \sum_j C_j = \sum_j W \int_0^T H_j(t) dt = \sum_j W \int_0^T f_j^{-1}[x(t)] dt$$

制約條件

$$(a) \int_0^T x_j(t) dt = V_j \quad j=1, \dots, n$$

$$(b) \frac{x_i(t)}{x_j(t)} = a_{ij} \quad [a_{ij}] = A$$

$$(c) \underline{x}_j(t) = S_j(t) \quad \bar{x}(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau$$

$$S(t) = \int_0^t r(\tau) d\tau$$

制約條件(a)는  $V_j = x_j \cdot t$ 와 同一하며 단지 여기서는 連續變數形態이다. 制約條件(b)는 過程生産物間의 均衡을 위한 必要條件이며 制約條件(c)는 中間生産物에 在庫가 없다는 것으로  $S_j(t)$ 는  $t$  期間중 다른 生産過程으로 投入되는  $j$  過程生産量이다.

만약에 中間生産物에 在庫가 있고 單位貯藏費用이  $k$  라면 制約條件(c)는  $\bar{x}_j(t) \geq S_j(t)$ 가 되며 費用函數는

$$C_j = \int_0^T [k\{\bar{x}_j(t) - S_j(t)\} + WH_j(t)] dt$$

가 될 것이다.

위 模型으로부터  $x_j(t)$ 를 구할 수 있고 이  $x_j(t)$ 를 이용하여 全體生産計劃의 加工要素費用을 最小化시키고 過程生産物間에 均衡을 유지하는 最適生産物의 흐름을 豫測할 수 있다.

또한  $x_j(t)$ 를 알면  $H_j(t)$ 는 구할 수 있다.

#### IV. 結 論

時間的 制約이 있는 生産計劃에 있어서의 費用分析을 위해 經濟的인 양상과 工業的인 양상을 나타낼 수 있는 變數들을 통합하여 分析할 수 있는 模型設定에 연구의 意義를 두고 있다. 이 模型의 前提條件은 주어진 生産期間  $T^*$ 에 있어서 資本能力이 일정하다는 가정과 함께 短期的인 模型이다.

그러나 주어진 經濟與件이 生産效率과 生産費用의 最小化를 위한 最適條件이 될 수 없을 수도 있다.

어떤 生産過程은 適正水準으로 운영되나 다른 生産過程은 그렇지 않을 수도 있고 또한 어떤 生産過程은 계속해서 過少利用되고 어떤 것은 長期的으로 그렇지 않은 것도 있다. 따라서 效率的인 生産을 위한 長期的인 前提條件은 무엇이며 過程分析에서 유도할 수 있는 經濟的 含蓄性이 무엇인가에 관심을 갖게 된다.

傳統的인 新古典派 生産分析에 있어서 企業自體의 內部經濟的與件에는 별로 중요성을 두지 않고 技術的인 適正生産量を 구하고 있는데 이는 費用分析에 통합된 부문으로 취급되었다.

반면 過程分析方法은 生産過程網으로써 企業內部生産與件과 밀접한 관계를 갖고 있으며 企業內部生産與件을 충분히 검토함으로써 資源의 企業內部 配分을 조절하기 위해 生産過程間의 보다 좋은 調整體系와 效率的인 生産體系가 요청된다. 生産過程分析方法自體가

長期的으로 資源의 效率의인 配分을 보장할 수 있으며 過程生産構造를 分析함으로써 企業으로 하여금 生産過程網間의 均衡을 조절할 수 있게 한다.

投入商品과 產出物간의 관계를 線型으로 가정하고 商品技術(commodity technology)로 표시하므로써 最終生産物의 絕對量이 주어지지 않는 한 각 生産過程에 있어서 生産規模를 決定할 수 없는 것이다. 비록 生産規模의 絕對量이 長期的으로 判定되지 않는다고 해도 각 生産過程간의 生産量比率은 알 수 있게 된다. 全體生産計劃마다 生産過程  $i$ 에 주어 진 全體生産量  $V_i$ 가 있게되므로 長期的으로 여러 生産計劃을 수행함으로써 平均生産水準  $V_i^a$ 를 추정할 수 있고  $V_i^a (i=1, \dots, n)$ 으로부터 正規化된 벡터  $\alpha=(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ 을 유도할 수 있다. 이 벡터는 모든 生産過程의 要求生産量간의 相對比率을 표시한다.

일단  $\alpha$ 가 決定되면 加工要素費用을 效率의으로 각 生産過程에 配分함으로써 모든 生産過程간의 適正生産量들 사이의 相對的比率과  $\alpha$ 를 同一하게 할 수 있는 것이다.

既存生産過程들이 그들의 生産可能水準으로 보아 均衡되어 있는가를 決定하기 위해서는 一定한 設備로서 生産할 수 있는 既存生産過程의 單位期間 適正生産量  $x_i(H^*)$ , ( $i=1, \dots, n$ )을 추정해서 이들 生産量간의 相對的인 比率을 표시하는 벡터  $\beta=(\beta_1, \dots, \beta_n)$ 을 유도할 필요가 있다.

$\alpha$ 와  $\beta$ 를 비교하므로써 生産過程들이 均衡된 生産體系를 유지하는가를 알 수 있다. 만약 均衡되어 있지 않다면 生産設備에 投資를 集約的으로나 粗放的으로 조절하여 過程生産函數를 上向移動시키거나 각 生産過程의 規模를 증가시키던가 하여  $\alpha$ 와  $\beta$ 를 동일하게 할 수 있는 것이다.

最終生産物에 대한  $\alpha$ 가 그의 要因이나 要因들 간의 比率面에서 短期的으로 安定될 수 있으나 長期的으로 보아 生産物의 質의 變動과 技術 進歩로 인하여 安定되지 않을 수도 있다. 벡터  $\alpha$ 가 변한다면 資源의 相對的인 配分이나 生産體系를 이 벡터의 變動에 따라 변화시킬 필요가 있다.

비록  $\alpha=\beta$ 이고 既存生産體系가 生産過程들 간의 均衡이 유지된다고 하더라도 어떤 시점에 있어서 需要水準과 운영중인 既存生産水準  $x_i(H^*)$ , ( $i=1, \dots, n$ )와 다를 수도 있다. 이러한 경우에 不安定한 需要가 生産費에 미치는 效果를 最小化하기 위해 生産構造가 費用伸縮性을 갖게끔 조직됨이 바람직 할 것이다.

伸縮性 문제는 靜態의 平均費用函數가 U자型 대신에 L자 形態를 갖는다는 의미를 포함하고 있으며 이런 경우 주어진  $V_i$ 를 生産하는데 있어서 生産期間을 표시한 費用函數 또한 L자 形態를 갖게된다. 그런 경우 어떤 生産期間에 生産過程간의 일시적인 均衡이 파괴될지 모르나 이러한 不均衡을 어떤 生産過程의 生産期間이나 單位期間 生産量を變動시키므로 費用에 큰 變動없이 是正할 수 있다. 그래서 不確實性하에서는 費用函數가 명명한 부분을 갖게끔 投資하는 것이 費用函數의 最小點을 낮추는데 중요한 역할을 할 것이다

마지막으로 技術進歩의 源泉을 生産過程에서 포착할 수 있는지? 行列  $A$ 에 商品質의 變動을 표시할 수 있는지? 그리고 生産過程이 企業들 간에 相互依存關係가 있을 때의 문제점등은 앞으로 연구되어야 할 과제로 남는다.

## An Alternative to the Analyses of Production and Cost

Rhee, Tai Wook  
Sung, Bai Yung\*

This paper is to examine the possibility of integrating economic and engineering features in production and cost analyses and to find out its economic implications. This study is mainly oriented toward creation of a model based on the concept of production function which deals with explicitly both features and makes it possible to evaluate whether or not a production order with a completion date is feasible and, if so, to determine the method for achieving this completion date at minimum cost.

With consideration of the complex structure of productive activities in modern firms, the theoretical basis of integration is the concept of a process rather than the neoclassical approach to a production function. The neoclassical approach is not suitable in building the model interested in this paper, since it is not concerned with the engineering characteristics of commodities as well as internal economic conditions but rather concerned with the general solutions of the functions to characterize the market behavior. A process, however, as a basic phenomenon of modern productive activities, is defined as the changes in one or more of the material components and/or in-process commodities from one quantitatively defined state to another with energy application by processing factors. This definition of a process leads to the division of commodities and processing factors and provides the means for integration of engineering and economic features in the model; the engineering features are embodied in the "commodity technology", and the economic condition are integrated through the concept of process production function which, in turn, leads to the concept of a process cost function. Another theoretical bases for evaluation of a specific production program are the planning and scheduling techniques of CPM/PERT, Alchian's conception of a cost function and progress curve analysis of cost-quantity relationships.

---

\*Rhee is a associate professor and Sung, a assistant professor of Sogang University.