一般均衡模型을 이용한 정보의 사회적 가치의 비교*

이 영 환**

〈目　　次〉

Ⅰ. 머리말

시장경제에서 정보의 경제적 의의를 논할 때 어느 한 정보체계가 다른 정보체계보다 더욱 가치가 있는가를 밝히는 것이 매우 중요하다는 사실은 의심할 여지가 없다. 여기서 정보체계란 정보서비스라고도 불리우는데 이것이 바로 우리가 흔히 정보라고 부르는 것으로서 이것은 일련의 무작위적인 정보신호들로 구성되어 있다. 경제주체들이 의사결정을 내리기 전에 관찰할 수 있는 것은 바로 이러한 정보체계로부터 주어지는 무작위적인 정보신호인 것이다.

먼저 정보의 개인적인 가치에 관한 논의는 보다 풍부한 정보체계는 그렇지 않은 정보체계보다 더욱 가치가 있으며 그 逆도 항상 성립한다는 점을 입증한

* 본 논문은 필자가 미국 오하이오 주립대학에 초빙교수로 있는 동안에 완성되었으며 이를 지원해 준 연암재단에 진심으로 사의를 표하는 바이다. 그리고 매우 유익한 논평을 해 준 匿名의 논평자에게도 감사드린다.
** 동국대학교 경상대학 경제학과 교수.

"블랙웰의 정리"에 의해서 잘 요약되었다.[1] 이 정리의 장점은 이것이 경제주체들의 선호체계나 불확실한 상태에 대한 선험적 확률분포와는 관계없이 일반적으로 성립한다는데 있다.

그렇지만 이 정리는 경제주체들의 기회집합이 정보체계에서 전달되는 하나하나의 정보신호와는 독립적이라는 가정에 근거를 두고 있다는 한계를 가지고 있다. 유감스럽게도 시장경제에서 경제주체의 기회집합이 일반적으로 정보신호와 독립적이지 않다. 따라서 블랙웰의 정리를 그대로 시장경제의 여러가지 다양한 상황에 적용하는데는 문제가 있다는 것을 지적하지 않을 수 없다.[2]

이러한 사실을 감안한다면 경제적 상황에 따라서는 보다 풍부한 정보체계가 오히려 경제적으로 가치가 작을 수 있을 뿐만 아니라 심지어는 경제주체들에게 해로울 수도 있는 경우를 배제할 수 없다. 나아가서 이러한 결과가 개별경제주체에만 국한된 것이 아니라 모든 경제주체들에게 동시에 성립할 수도 있는 것이다. 이러한 사실은 최초로 허쉬라이퍼, J. Hirshleifer(1971)에 의해 지적되었다. 또한 애로우, K. Arrow(1984)는 公的 정보가 주어지는 경우 오히려 정보가 없는 경우와 비교해서 모든 경제주체들의 후생이 감소할 수 있다는 점을 간단한 예를 통해서 보여 주었다. 그는 그 이유로서 公的 정보가 危險分擔의 기회를 제거해 버리기 때문이라는 점을 지적하였다.[3]

그리고 최근에 설게닉과 질카, E. Sulganik and I. Zilcha(1994)도 이와 유사한 문제를 분석하였다. 이들 논의의 의의는 경제주체의 기회집합이 정보신호에 의존적이라고 가정할 때 危險分擔市場이 존재하지 않는 경우에는 여전히 블랙웰의 정리가 성립하지만 危險分擔市場이 도입된 후에는 그 逆이 성립할 수 있다는 것을 보여준데서 찾을 수 있다. 즉, 보다 풍부한 정보가 그렇지 못한 정보에 비해 오히려 경제주체의 후생을 감소시킬 수 있다는 것이다.[4]

---

1) 이런 의미에서 블랙웰(1953)은 정보경제학에서 가장 기본이 되는 이론적 기초를 제공하였다고 평가받고 있다. 그렇지만 블랙웰의 정리는 단지 개인적인 차원에서 정보의 가치를 비교하는데 그치고 있다는 점을 주의할 필요가 있다.

2) 예를 들자면 시장경제에서 개별 소비자의 기회집합은 균형가격벡터에 의해서 결정되는데 이 가격벡터는 정보신호와 무관하게 결정되는 것이 아니다.

3) 허쉬라이퍼와 애로우는 매우 간단한 교환경제 및 생산경제의 균형을 분석함으로써 이러한 결과를 보여주었다. 그렇지만 이들은 완전한 정보가 있는 경우와 정보가 전혀 없는 두개의 극단적인 상황을 비교하였다는 점에서 여기서 보여주고자 하는 결과와 차이가 있다. 여기서는 비교 가능한 모든 정보체계를 이용해서 정보의 가치를 논하고자 하기 때문이다.

4) 危險分擔市場이 존재하는 경우 보다 풍부한 정보가 오히려 해로울 수 있다는 이들 주장은 새로운 것은 아니다. 단지 이들 주장의 의의는 정보신호에 의존적인 기회집합의 경제적 역

이와 같이 公的 정보가 미치는 후생적 영향에 관한 분석은 주로 개인적인 관점에서 이루어졌지만 이 문제를 일반균형모형의 관점에서 분석한 경우는 그리 흔치 않았다. 따라서 본 논문에서는 시장경제에서 보다 풍부한 정보가 과연 그렇지 못한 정보보다 후생의 관점에서 더 가치가 있는가를 분석하고자 한다. 또한 여기서는 정보신호가 전달되고 나서도 危險分擔의 기회가 제거되지 않는 일반적인 경우를 중심으로 이 문제를 분석하고자 한다. 이것은 앞에서 언급한 기존의 논의를 보다 일반화하는데 기여할 수 있기 때문이다. 나아가서 본 논문에서는 블랙웰의 정리가 시사하는 바와 정 반대의 후생적 성질을 보여주는 일련의 정보체계가 존재하는가를 분석하고자 한다.

Ⅱ. 순수교환경제모형

본 논문은 두 기간, $t = 0, 1$에 걸친 매우 간단한 순수교환경제를 모형으로 하고 있다. 그리고 각 기마다 소비 가능한 재화가 한가지 존재한다고 가정하자. 또한 1기에는 N개의 불확실한 상태가 존재하는데 다음과 같이 나타내기로 하자 : $s \in S = \{1, \cdots, N\}$.

여기서 "s"는 일반적인 불확실한 상태를 나타내고 "S"는 상태의 집합을 나타낸다. 나아가서 이러한 불확실한 상태가 발생할 선험적인 확률은 다음과 같이 객관적인 확률분포에 의해서 주어져 있다고 가정하자 : $\pi = (\pi(1), \cdots, (N))$.

또한 이 경제에는 m명의 소비자가 존재하는데 대표적인 소비자는 "h"로 나타내며 소비자의 집합은 H로 나타내자. 따라서 $h \in H = \{1, \cdots, m\}$이다. 그리고 이 경제에서 소비자들은 1기의 상태가 "s"인 경우 다음과 같이 동일한 효용함수를 가지고 있다고 가정하자[5] :

할을 명시적으로 분석하였다는데서 찾을 수 있다. 그렇지만 이들의 논의 또한 개별경제주체의 관점에 국한되어 있다는 점과 이 문제에 대한 일반적인 결론을 유도한 것이 아니라 몇가지 예를 제시하는데 그치고 있다는 한계를 가지고 있다. 이런 의미에서 간단하지만 일반균형모형을 이용해서 다양한 정보체계에 따라 모든 경제주체들의 후생이 어떻게 변하는 가를 다루고자 하는 여기서의 논의와는 뚜렷이 구별된다.

5) 이것은 매우 제한적인 가정이다. 단지 이것은 균형자원배분과 균형가격을 명시적으로 구하기 위한 것이다. 그렇지만 각 소비자는 일정한 범위내에서 서로 다른 효용함수를 보유하고 있다고 가정을 완화하더라도 여기서의 논의가 그대로 성립한다는 것을 증명하는데 별다른 어려움은 없다.

$$U_h(x_h(0),\ x_h(s)) = \ln[x_h(0)] + \ln[x_h(s)]$$

그러면 불확실성 하에서 소비자 h의 효용은 다음과 같이 기대효용에 의해서 표현된다:

$$V_h(x_h) = \ln[x_h(0)] + \sum_s \pi(s)\ln[x_h(s)]$$

그리고 각 소비자는 다음과 같이 일반적인 재화의 초기부존상태에 있다고 가정하자:

$$e_h = (e_h(0),\ e_h(1),\ \cdots,\ e_h(\mathrm{N})),\quad h = 1,\cdots,m$$

그리고 $\dfrac{\partial V_g(e_g)/\partial e_g(s)}{\partial V_g(e_g)/\partial e_g(0)} \neq \dfrac{\partial V_h(e_h)/\partial e_h(s)}{\partial V_h(e_h)/\partial e_h(0)}$ [6)]

(임의의 $g,\ h \in H$와 임의의 $s \in S$에 대해)

나아가서 앞으로의 논의를 위해서 다음과 같이 기호를 정의하는 것이 편리하다:

$$e(0) = \sum_h e_h(0),\quad e(s) = \sum_h e_h(s)$$ [7)]

그리고 $E = e(0) \times e(1) \times \cdots \times e(N),\quad E(0) = \dfrac{\mathrm{E}}{e(0)},\quad E(s) = \dfrac{\mathrm{E}}{e(s)}$

(모든 $s \in S$에 대해)

이 교환경제에서는 0기에 조건부 청구권시장이 개설되며 소비자들은 미래의 불확실성에 대비해서 자신이 원하는 만큼 조건부 청구권을 거래할 수 있다. 그리고 조건부 청구권 가격체계는 $p = (1,\ p(1),\cdots,p(N))$로 나타낸다. 이러한 시장구조하에서 미래의 불확실성에 대해 소비자들이 가지고 있는 선험적 확률분포 이외에 다른 어떤 종류의 公的 정보도 없는 경우를 먼저 살펴보는 것이 나중에 정보의 가치를 비교할 때 유용하다. 따라서 아무런 추가적인 정보가 없

6) 이 조건은 초기부존자원상태가 바로 시장균형이 되는 경우를 배제하기 위한 것이다.
7) 여기서 임의의 $s,\ s' \in S$에 대해 $e(s) \neq e(s)'$이 성립한다고 가정한다. 이것은 개별적 불확실성만이 아니라 사회적 불확실성도 존재한다는 것을 의미한다.

는 경우 각 소비자는 다음과 같은 효용극대화문제에 직면하게 된다 :

$$\text{효용극대화} : \ln[x_h(0)] + \sum_s \pi(s) \ln[x_h(s)]$$

$$\text{제약조건} : x_h(0) + \sum_s p(s) x_h(s) = e_h(0) + \sum_s p(s) e_h(s)$$

이제 효용함수의 성질을 이용하면 우리는 시장균형가격과 균형자원배분을 구체적으로 다음과 같이 구할 수 있다 :

$$p(s)^* = \frac{\pi(s)e(0)}{e(s)}, \quad x_h(0)^* = \frac{K_h}{2E(0)}, \quad x_h(s)^* = \frac{K_h}{2E(s)}$$

여기서 $K_h = e_h(0)E(0) + \sum_s \pi(s)e_h(s)E(s)$ (모든 $h \in H$와 $s \in S$에 대해)

따라서 우리는 시장균형상태에서 평가한 소비자 h의 효용수준을 구할 수 있는데 이것을 $V_h(Y_0)$로 나타내자. 그러면 간단한 계산과정을 거쳐 다음의 (1)과 같은 결과를 얻을 수 있다 :

$$V_h(Y_0) = 2\ln[K_h] - \sum_s \pi(s)\ln[2E(s)] - \ln[2E(0)] \text{ (모든 } h \in H\text{에 대해)} \quad (1)$$

우리는 여기서 구한 효용수준을 나중에 서로 다른 公的 정보 하에서의 소비자의 후생을 비교할 때 매우 중요한 기준으로 이용할 수 있다.

Ⅲ. 公的 정보의 가치의 비교

이제 조건부 시장에서 거래가 이루어지기 전에 公的 정보가 소비자들에게 전달되는 경우를 살펴보자.[8] 여기서 우리의 관심은 서로 다른 公的 정보가 주

---

8) 시장에서의 거래와 정보의 타이밍을 정확하게 규정하는 것은 매우 중요한 의미가 있다. 여기서는 0기에 조건부 청구권시장에서 거래가 이루어지기 직전에 소비자들은 어떤 정보체계에 접할 기회에 주어지며 이것을 자신의 의사결정에 반영하고자 한다고 가정한다. 이것이 시장경제내에 정보를 도입하는 보편적인 방법이다. 물론 정보체계란 앞에서도 언급한 바와 같이 일련의 무작위적인 정보신호로 구성되어 있다.
예를 들어 내일의 불확실한 날씨에 따라 의사결정을 달리해야 하는 경우 의사결정을 하기 전에 일기예보 프로그램이 있다는 것을 인지하고 이 프로그램에서 주어질 가능한 정보신호

어지는 경우 소비자들의 후생이 과연 어떻게 변하는가를 비교, 분석하는데 있다.

먼저 매우 일반적인 公的 정보로서 잡음이 있는 정보체계가 소비자들에게 전달되는 경우를 생각해 보자. 여기서 잡음이 있는 정보체계는 다음과 같은 정보신호의 집합, Y_N과 $(N \times J)$의 마르코프 尤度행렬(Markov matrix of likelihood), Π에 의해서 요약된다 :

$$Y_N = \{ y_j : y_j = y_1, \cdots, y_J \}$$

$$\Pi = [\pi(y_j / s)] \quad \text{그리고} \quad \pi(y_j / s) \neq 0 \ (\text{모든 } y_j \in Y_N \text{과 } s \in S\text{에 대해})$$

여기서 s는 行을 그리고 y_j는 列을 나타낸다.

따라서 우리는 간단히 (Y_N, Π)를 이 경제에 주어진 정보체계라고 부를 수 있다. 물론 정보체계가 주어지는 것 이외에 경제의 다른 특성들은 앞에서와 모두 동일하다. 따라서 소비자들은 주어진 정보체계로부터 임의의 정보신호가 전달되면 이에 기초해서 조건부 시장에서 서로에게 유익한 거래를 할 수 있다. 우선 임의의 정보신호 y_j가 주어지는 경우 시장균형을 살펴보자. 이 경우 각 소비자는 다음과 같은 효용극대화문제에 직면하게 된다 :

$$\text{효용극대화} : \ln[x_h(0 / y_j)] + \sum_s \pi(s / y_j) \ln[x_h(s / y_j)]$$

$$\text{제약조건} : x_h(0 / y_j) + \sum_s p(s / y_j) x_h(s / y_j) = e_h(0) + \sum_s p(s / y_j) e_h(s)$$

그러면 앞에서와 마찬가지로 효용함수의 특성을 이용해서 다음과 같이 균형가격과 균형자원배분을 구할 수 있다 :

$$p(s / y_i)^* = \frac{\pi(s / y_j) e(0)}{e(s)}, \ x_h(0 / y_j)^* = \frac{K_h(y_j)}{2E(0)}, \ x_h(s / y_j)^* = \frac{K_h(y_j)}{2E(s)}$$

에 조건부로 계획을 수립하는 경우를 생각하면 된다. 만약에 이 모형에서 거래가 이루어지고 난 후에 정보체계에 접할 기회가 주어진다면 그것은 별다른 의미가 없다. 왜냐하면 조건부 청구권시장이 완비된 경우 거래를 통해서 소비자들의 한계대체율은 서로 일치할 것이기 때문에 그 후에 어떤 종류의 정보신호가 주어진다고 하더라도 어느 누구도 다시 거래하는 것을 원하지 않을 것이기 때문이다.

여기서 $K_h(y_j) = e_h(0)E(0) + \sum_s \pi(s/y_j)e_h(s)E(s)$ (모든 $h \in H$와 $s \in S$에 대해)

따라서 우리는 앞에서와 마찬가지로 방법으로 정보신호 y_j가 주어졌을 때 시장균형상태에서 평가한 대표적인 소비자 h의 효용수준을 구할 수 있다. 이것은 다음의 식 (2)와 같이 표현된다:

$$V_h(y_j) = 2\ln[K_h(y_j)] - \sum_s \pi(s/y_j)\ln[2E(s)] - \ln[2E(0)] \qquad (2)$$

그런데 정보신호 y_j란 사전적으로는 무작위적으로 주어지기 때문에 소비자 h의 사전적 효용수준을 얻기위해서는 (2)에 의해서 표현된 효용수준을 Y_N에 포함된 모든 정보신호 y_j에 대해 합산해 주지 않으면 아니된다. 우리는 이것을 다음과 같이 구할 수 있다 :

$$\begin{aligned} V_h(Y_N) &= \sum_j \pi(y_j)V_h(y_j) \\ &= 2\sum_j \pi(y_j)\ln[K_h(y_j)] - \sum_j \pi(y_j)\{\sum_s \pi(s/y_j)\ln[2E(s)] + \ln[2E(0)]\} \\ &= 2\sum_j \pi(y_j)\ln[K_h(y_j)] - \sum_s \pi(s)\ln[2E(s)] - \ln[2E(0)] \qquad (3) \end{aligned}$$

이것이 바로 잡음이 있는 정보체계, (Y_N, Π)의 가치인 것이다.

이제 잡음이 있는 다른 정보체계(Y_N', Π')이 주어지는 경우를 생각해 보자. 이 정보체계는 다음과 같이 요약된다 :

$$Y_N' = \{y_i' : y_i' = y_1', \cdots, y_1'\}$$
$$\Pi' = [\pi(y'_i/s)] \text{ 그리고 } \pi(y_i'/s) \neq 0 \text{ (모든 } y_i' \in Y_N' \text{ 와 } s \in S\text{에 대해)}$$

이 경우에도 균형가격이나 균형자원배분은 마찬가지 방법으로 얻을 수 있으므로 우리는 (Y_N', Π')이 주어진 경우 대표적인 소비자 h의 사전적 효용수준을 쉽게 구할 수 있다. 이것을 $V_h(Y_N')$로 나타내자.

$$V_h(Y_N') = \sum_i \pi(y_i')\, V_h(y_i')$$
$$= 2\sum_i \pi(y_i') \ln[K_h(y_i')] - \sum_i \pi(y_i')\{\sum_s \pi(s/y_i') \ln[2E(s)] + \ln[2E(0)]\}$$
$$= 2\sum_i \pi(y_i') \ln[K_h(y_i')] - \sum_s \pi(s) \ln[2E(s)] - \ln[2E(0)] \tag{4}$$

(여기서 $K_h(y_i')$는 y_j가 y_i'로 대체된 것을 제외하고는 $K_h(y_j)$와 동일하다)

다음으로 우리의 관심사는 정보체계가 (Y_N, Π)로 주어지는 경우와 (Y_N', Π')로 주어지는 경우의 소비자의 후생수준을 비교하는데 있다. 그런데 임의의 두 정보체계를 비교하는 것은 별 다른 의미가 없기때문에 다음과 같이 잘 알려진 조건을 만족하는 정보체계들만을 비교하는데 관심을 국한시키고자 한다 :

두개의 서로 다른 정보체계간에는 다음과 같은 관계를 만족하는 $(J \times I)$의 마르코프행렬 $Q = [q_{ji}]$이 존재한다 : $\Pi' = \Pi Q$ (5)

이것은 (Y_N, Π)이 블랙웰의 관점에서 (Y_N', Π')보다 많은 정보를 담고 있다는 것을 의미한다. 따라서 개인적인 관점에서는 불확실한 상태에 대한 선험적 확률분포나 선호체계와는 무관하게 (Y_N, Π)이 항상 (Y_N', Π')보다 더욱 가치가 있는 것이다. 이것이 바로 블랙웰의 정리의 핵심이다. 그렇지만 과연 일반균형적인 관점에서도 블랙웰의 정리가 그대로 성립할지는 분명치 않다. 왜냐하면 정보신호에 따라서 균형가격이 달라지고 그 결과 소비자의 예산집합도 달라지기 때문이다.

여기서 우리는 일반균형적인 관점에서는 블랙웰의 정리가 성립하지 않을 뿐만 아니라 오히려 그 반대의 경우가 성립하는 경우를 보여 주고자 한다. 바꿔 말하자면 보다 풍부한 정보가 주어지는 경우, 그렇지 않은 경우에 비해 오히려 모든 소비자들의 후생이 감소할 수도 있는 것이다. 이 점을 분명히 하기 위해 서로 다른 두개의 정보체계가 주어진 경우의 효용수준을 구체적으로 비교해 보자. 우선 논의의 편의상 앞의 (3)과 (4)로 부터 다음과 같이 정보의 순가치를 다음과 같이 정의하자 :

$$V_h(Y_N') - V_h(Y_N) = 2\{\sum_i \pi(y_i') \ln[K_h(y_i')] - \sum_j \pi(y_j) \ln[K_h(y_j)]\} \tag{6}$$

나아가서 (6)에 근거해서 다음과 같이 h를 정의하는 것이 매우 편리하다 :

$$\delta_h = \frac{V_h(Y_N') - V_h(Y_N)}{2} = \sum_i \pi(y_i') \ln[K_h(y_i')] - \sum_j \pi(y_j) \ln[K_h(y_j)] \quad (7)$$

그러면 우리는 다음과 같은 정리을 유도할 수 있다.

[정리 1]

소비자들이 어떠한 선험적 확률분포를 가지고 있더라도 (5)를 만족하는 임의의 두 정보체계를 비교하는 경우 모든 소비자 h에 대해 $\delta_h > 0$ 이 성립한다. 즉, 보다 풍부한 정보가 오히려 모든 소비자들의 후생을 감소시킨다.

증명 :

먼저 우리는 마르코프행렬, Q의 성질로 부터 다음과 같은 관계가 성립한다는 것을 쉽게 알 수 있다 :

$$\pi(y_i'/s) = \sum_j q_{ji}\pi(y_j/s)$$
$$\pi(y_i') = \sum_s \pi(s)\pi(y_i'/s) = \sum_j q_{ji}\pi(y_j) \text{(모든 } i=1,\cdots,\text{I와 } s \in \text{S에 대해)} \quad (8)$$

그리고 $R_h(y_j)$를 다음과 같이 정의하자 :

$$R_h(y_j) = e_h(0)E(0) + \frac{\sum_s \pi(s)\pi(y_j/s)e_h(s)\ E(s)}{\pi(y_j)}$$

먼저 여기서 조건부 확률의 법칙에 의해 모든 h에 대해 $R_h(y_j) = K_h(y_j)$가 성립한다는 것을 쉽게 알 수 있다. 그러면 우리는 오목한 효용함수의 성질과 (8)로 부터 다음과 같은 부등식이 성립한다는 것을 알 수 있다 :

$$\ln[K_h(y_i')]$$
$$= \ln\left[\frac{\pi(y_i')e_h(0)\mathrm{E}(0) + \sum_s \pi(s)\pi(y_i'/s)e_h(s)\mathrm{E}(s)}{\pi(y_i')}\right]$$

$$= \ln\left[\frac{\sum_j q_{ji}\pi(y_j)\mathrm{R}_h(y_j)}{\sum_j q_{ji}\pi(y_j)}\right] \quad ((8)\text{로 부터})$$

$$= \ln\left[\frac{\sum_j q_{ji}\pi(y_j)\mathrm{K}_h(y_j)}{\sum_j q_{ji}\pi(y_j)}\right]$$

$$> \sum_j \left[\frac{q_{ji}\pi(y_j)}{\sum_j q_{ji}\pi(y_j)}\right] \ln[K_h(y_j)] \quad (\text{오목한 효용함수의 성질로 부터}) \qquad (9)$$

이제 (9)의 양변에 $\pi(y_i')$를 곱한 후 모든 가능한 $y_i' \in Y_N'$에 대해 더해주고 마르코프 행렬 Q의 성질인 $\sum_{i=1} q_{ji}=1$(모든 $j=1,\cdots,$J에 대해)을 이용하면 다음과 같은 부등식을 얻게 된다 :

$$\sum_i \pi(y_i')\ln[K_h(y_i')] = \sum_i\sum_j q_{ji}\pi(y_j)\ln[K_h(y_i')] > \sum_j\sum_i q_{ji}\pi(y_j)\ln[K_h(y_j))]$$
$$= \sum_j \pi(y_j)\ln[K_h(y_j)] \qquad (10)$$

이제 (7)과 (10)으로 부터 $\delta_h > 0$ (모든 $h \in$ H에 대해)이 성립한다는 것을 알 수 있다. 따라서 보다 많은 정보가 모든 소비자들의 효용을 감소시키는 것이다.■

여기서 주목할 점은 (5)의 성질을 만족하는 한 어떤 종류의 정보체계들을 비교하더라도 이 정리는 항상 성립한다는 사실이다. 따라서 우리는 다음과 같은 추가적인 결과를 유도할 수 있게 된다.

[정리 2]

다음과 같은 성질을 갖는 정보체계들의 유한한 수열, $\{(Y_N^1, \Pi^1),\cdots,(Y_N^z, \Pi^z),\cdots,(Y_N^Z, \Pi^Z)\}$이 항상 존재한다 :

1) 모든 z > w=1,…,Z−1 에 대해 (Y_N^z, Π^z)는 (Y_N^w, Π^w)보다 풍부한 정보를 담고 있다.

2) 어떤 임의의 z > w=1,…,Z−1 에 대해서도 항상 $V_h(Y_N^w) > V_h(Y_N^z)$이 성립한다. (모든 $h \in$ H에 대해)

즉, 정보체계가 보다 상세해 지면 질수록 모든 소비자들의 후생수준은 점점 하락한다.

증명 :

먼저 우리는 다음과 같은 성질을 갖는 유한한 수열의 마르코프행렬, $\{Q^2, Q^3, \cdots, Q^Z\}$을 쉽게 발견할 수 있다 : $\Pi^{z-1} = \Pi^z Q^z$ (임의의 $z = 2, \cdots, Z$에 대해) 그러면 여기에 [정리 1]의 증명과정에서 사용된 절차를 적용함으로써 이 정리의 증명을 완결지을 수 있다. 왜냐하면 [정리 1]의 성질은 (5)를 만족하는 임의의 두 정보체계를 비교하는 경우에도 성립하기 때문이다. ■

다음으로 우리는 [정리 2]의 특수한 경우로서 (N×N)의 마르코프행렬의 수열에 초점을 맞추고자 한다. 이제 Π^1과 Π^Z는 다음과 같은 성질을 갖는다고 가정하자 :

$$\begin{aligned} &\pi(y_j^1/s) = 1/\mathrm{N} \ (\text{모든 } y_j^1 \in \mathrm{Y}_{\mathrm{N}}^1 \text{ 와 } s \in \mathrm{S}\text{에 대해}) \\ &\pi(y_j^Z/s) = 1 \ (\Pi^Z\text{의 주대각선상에 있는 모든 } \pi(y_j^Z)\text{에 대해}) \\ &\pi(y_j^Z/s) = 0 \ (\text{그외의 경우}) \end{aligned} \tag{11}$$

[정리 3]

완전하게 잡음이 있는 정보는 모든 소비자들의 후생수준을 가장 높은 수준으로 유지해주는 반면 완전한 정보는 모든 소비자들의 후생수준을 가장 낮은 수준으로 하락하게 한다.

증명 :

먼저 (5)와 (11)을 만족하는 정보체계의 유한한 수열이 존재한다는 것은 명백하다. 또한 정보체계의 잡음이 증가하게 되면 모든 소비자에 대해 (3)이 (1)로 수렴한다는 것도 쉽게 알 수 있다. 왜냐하면 완전하게 잡음이 있는 정보란 결국 아무런 정보가 없는 경우와 마찬가지이기 때문이다. 즉, 모든 $h \in \mathrm{H}$에 대해 $V_h(Y_0) = V_h(\mathrm{Y}_{\mathrm{N}}^1)$이 성립한다. 나아가서 지금까지의 모든 논의는 비록 어떤 경우에는 $\pi(y_j/s) = 0$이더라도 성립하기 때문에 우리는 다시 [정리 1]의 증명과정을 여기서의 증명을 완결하는데 적용할 수 있다. ■

다음으로 매우 간단한 예를 통해서 지금까지의 논의를 확인해 보고자 한다. 여기서는 논의의 편의상 완전한 정보의 경우를 가정하고 있지만 어떤 종류의 잡음이 있는 정보를 가정하더라도 이 예에서 제시된 결과가 모두 성립한다는 점을 강조하고자 한다.

[예]

이제 1기에는 두개의 불확실한 상태 $s=\alpha, \beta$가 예상되며 그 확률은 $\pi=(\pi(\alpha), \pi(\beta))$라고 하자. 그리고 두 명의 소비자 $h=1, 2$가 있는데 불확실성하에서의 효용은 각각 다음과 같이 기대효용함수에 의해 표현된다:

$$V_h(x_h)=\ln[x_h(0)]+\pi(\alpha)\ln[x_h(\alpha)]+\pi(\beta)\ln[x_h(\beta)] \quad (h=1, 2)$$

나아가서 각 소비자는 다음과 같이 재화의 초기부존상태에 있다고 가정하자:

$$e_1=(e_1(0), e_1(\alpha), e_1(\beta))=(1, \varepsilon_1, 0)$$
$$e_2=(e_2(0), e_2(\alpha), e_2(\beta))=(1, 0, \varepsilon_2), \ (\text{단}, \varepsilon_1 \neq \varepsilon_2)$$

이제 0기에 조건부 시장이 개설되어 있으며 가격체계는 $p=(1, p(\alpha), p(\beta))$로 나타낸다고 하자. 그러면 각 소비자는 다음과 같은 기대효용극대화문제에 직면하게 된다:

$$\text{소비자 1의 기대효용극대화}: \ln[x_1(0)]+\pi(\alpha)\ln[x_1(\alpha)]+\pi(\beta)\ln[x_1(\beta)]$$
$$\text{제약조건}: x_1(0)+p(\alpha)x_1(\alpha)+p(\beta)x_1(\beta)=1+p(\alpha)\varepsilon_1$$
$$\text{소비자 2의 기대효용극대화}: \ln[x_2(0)]+\pi(\alpha)\ln[x_2(\alpha)]+\pi(\beta)\ln[x_2(\beta)]$$
$$\text{제약조건}: x_2(0)+p(\alpha)x_2(\alpha)+p(\beta)x_2(\beta)=1+p(\beta)\varepsilon_2$$

여기서 다시 효용함수의 특성을 이용하면 균형가격과 균형자원배분을 다음과 같이 구할 수 있다:

$$p(\alpha)^*=\frac{2\pi(\alpha)}{\varepsilon_1}, \quad p(\beta)^*=\frac{2\pi(\beta)}{\varepsilon_2}$$

$$x_1(0)^* = \frac{1}{2} + \pi(\alpha),\ x_1(\alpha)^* = \frac{(1+2\pi(\alpha))\varepsilon_1}{4},\quad x_1(\beta)^* = \frac{(1+2\pi(\alpha))\varepsilon_2}{4}$$

$$x_2(0)^* = \frac{1}{2} + \pi(\beta),\ x_2(\alpha)^* = \frac{(1+2\pi(\beta))\varepsilon_1}{4},\quad x_2(\beta)^* = \frac{(1+2\pi(\beta))\varepsilon_2}{4}$$

그러면 균형상태에서 평가한 소비자의 효용수준은 다음과 같다 :

$$\begin{aligned} V_1(Y_0) &= \ln[(1+2\pi(\alpha))/2] + \pi(\alpha)\ln[((1+2\pi(\alpha))\varepsilon_1)/4] \\ &\quad + \pi(\beta)\ln[((1+2\pi(\alpha))\varepsilon_2)/4] \\ &= 2\ln[1+2\pi(\alpha)] + \pi(\alpha)\ln[\varepsilon_1] + \pi(\beta)\ln[\varepsilon_2] - 3\ln[2] \\ V_2(Y_0) &= \ln[(1+2\pi(\beta))/2] + \pi(\alpha)\ln[((1+2\pi(\beta))\varepsilon_1)/4] \\ &\quad + \pi(\beta)\ln[((1+2\pi(\beta))\varepsilon_2)/4] \\ &= 2\ln[1+2\pi(\beta)] + \pi(\alpha)\ln[\varepsilon_1] + \pi(\beta)\ln[\varepsilon_2] - 3\ln[2] \end{aligned}$$

이제 조건부 시장에서 거래하기 전에 완전한 정보가 주어진다고 가정해 보자. 완전한 정보는 다음과 같이 정보함수 $\eta(\quad)$에 의해서 규정된다 :

$$y_1 = \eta(\alpha),\ y_2 = \eta(\beta)$$

다음으로 먼저 정보신호 y_1이 관찰되는 경우를 생각해 보자. 이 경우에는 미래의 상태 $s=\alpha$에 조건부로 한 거래만이 가능하다. 그리고 효용함수의 특징을 이용해서 다음과 같이 균형가격과 자원배분을 구할 수 있다 :

$$\begin{aligned} &p(\alpha/y_1)^* = 2/\varepsilon_1 \\ &x_1(0/y_1)^* = 3/2,\ x_1(\alpha/y_1)^* = 3\varepsilon_1/4 \\ &x_2(0/y_1)^* = 1/2,\ x_2(\alpha/y_1)^* = \varepsilon_1/4 \end{aligned}$$

그러면 각 소비자의 효용수준은 다음과 같이 구해진다 :

$$\begin{aligned} V_1(y_1) &= 2\ln[3] + \ln[\varepsilon_1] - 3\ln[2] \\ V_2(y_1) &= \ln[\varepsilon_1] - 3\ln[2] \end{aligned}$$

다음으로 정보신호 y_2가 전달되는 경우를 살펴보자. 이 경우에는 미래의 상

태 $s=\beta$에 조건부로 한 거래만이 가능하다. 그러면 앞에서와 마찬가지 방법으로 균형가격과 자원배분은 다음과 같이 구해진다:

$$p(\beta/y_2)^* = 2/\varepsilon_2$$
$$x_1(0/y_2)^* = 1/2, \quad x_1(\beta/y_2)^* = \varepsilon_2/4$$
$$x_2(0/y_2)^* = 3/2, \quad x_2(\beta/y_2)^* = 3\varepsilon_2/4$$

따라서 각 소비자의 효용수준은 다음과 같이 구해진다:

$$V_1(y_2) = \ln[\varepsilon_2] - 3\ln[2]$$
$$V_2(y_2) = 2\ln[3] + \ln[\varepsilon_2] - 3\ln[2]$$

이제 우리는 완전한 정보의 사회적 가치를 평가할 수 있다. 여기서는 완전한 정보의 특성으로 인해 $\pi(y_1)=\pi(\alpha)$, $\pi(y_2)=\pi(\beta)$의 성질이 이용된다:

$$\begin{aligned}
V_1(\mathrm{Y}) &= \pi(y_1)\,V_1(y_1) + \pi(y_2)\,V_1(y_2) \\
&= \pi(\alpha)\{2\ln[3] + \ln[\varepsilon_1] - 3\ln[2]\} + \pi(\beta)\{\ln[\varepsilon_2] - 3\ln[2]\} \\
&= 2\pi(\alpha)\ln[3] + \pi(\alpha)\ln[\varepsilon_1] + \pi(\beta)\ln[\varepsilon_2] - 3\ln[2] \\
V_2(\mathrm{Y}) &= \pi(y_1)\,V_2(y_1) + \pi(y_2)\,V_2(y_2) \\
&= \pi(\alpha)\{\ln[\varepsilon_1] - 3\ln[2]\} + \pi(\beta)\{2\ln[3] + \ln[\varepsilon_2] - 3\ln[2]\} \\
&= 2\pi(\beta)\ln[3] + \pi(\alpha)\ln[\varepsilon_1] + \pi(\beta)\ln[\varepsilon_2] - 3\ln[2]
\end{aligned}$$

다음으로 앞에서와 마찬가지로 정보의 순가치를 다음과 같이 정의하자:

$$\delta_1 = \frac{\mathrm{V}_1(\mathrm{Y}_0) - \mathrm{V}_1(\mathrm{Y})}{2}$$
$$\delta_2 = \frac{\mathrm{V}_2(\mathrm{Y}_0) - \mathrm{V}_2(\mathrm{Y})}{2}$$

그러면 우리는 다음과 같은 결과를 얻게 된다.(여기서 $\pi(\beta) = 1 - \pi(\alpha)$를 이용한다):

$$\delta_1 = \ln[1+2\pi(\alpha)] - \pi(\alpha)\ln[3]$$
$$\delta_2 = \ln[3-2\pi(\alpha)] - (1-\pi(\alpha))\ln[3]$$

여기서 주의할 점은 초기부존을 나타내는 ε_1과 ε_2가 δ_1과 δ_2의 표현에서 완전히 제거되었다는 사실이다. 따라서 δ_1과 δ_2의 값은 오직 선험적 확률 $\pi(\alpha)$에 의해서 결정된다. 그러므로 δ_1과 δ_2를 $\pi(\alpha)$의 함수로 해석할 수 있다. 이제 δ_1과 δ_2를 $\pi(\alpha) = 0$과 1에서 평가하면 각각 다음과 같은 결과를 얻게 된다 :

$$\delta_1(0) = \delta_2(0) = 0,\ \text{그리고}\ \delta_1(1) = \delta_2(1) = 0 \tag{a}$$

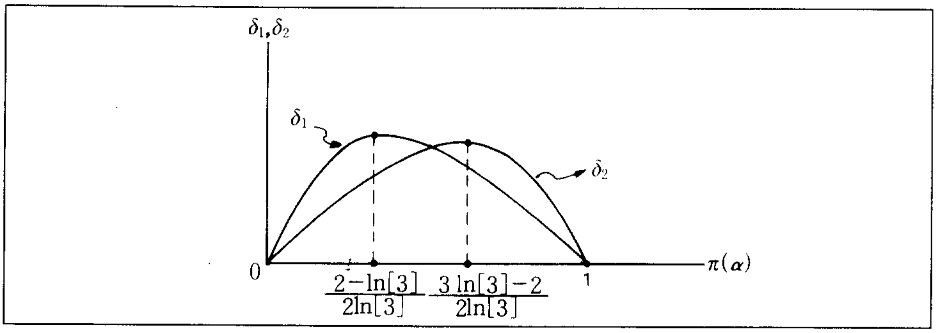
다음으로 δ_1과 δ_2를 $\pi(\alpha)$에 대해 미분하면 다음과 같다 :

$$d\delta_1(\pi(\alpha))d\pi(\alpha) = 2/(1+2\pi(\alpha)) - \ln[3]$$
$$d\delta_2(\pi(\alpha))d\pi(\alpha) = \ln[3] - 2/(3-2\pi(\alpha))$$

여기서 $\pi(\alpha)=0$에서 이 도함수를 평가하면 모두 陽이고 $\pi(\alpha)=1$에서 평가하면 모두 陰이라는 것을 쉽게 확인할 수 있다. 나아가서 $\pi(\alpha)$가 어떤 값을 갖든 다음의 관계식이 보여주듯이 2차 도함수는 항상 陰이라는 것을 쉽게 확인할 수 있다 :

$$d^2\delta_1(\pi(\alpha))/d(\pi(\alpha))^2 = -4/(1+2\pi(\alpha))^2 < 0$$
$$d^2\delta_2(\pi(\alpha))/d(\pi(\alpha))^2 = -4/(3-2\pi(\alpha))^2 < 0\ (\text{모든}\ 0 \le \pi(\alpha) \le 1\text{에 대해}) \tag{b}$$

지금까지 입증된 두 관계 (a)와 (b)로부터 우리는 선험적 확률분포가 어떻든 간에 – 즉, $\pi(\alpha)$가 어떤 값을 갖든 간에 – $\delta_1(\pi(\alpha))$과 $\delta_2(\pi(\alpha))$는 항상 陽의 값을 갖는다는 사실을 확인할 수 있다. 이것은 바로 완전한 정보로 인해 모든 소비자들의 효용이 감소하였다는 것을 의미하는 것이다. 참고적으로 δ_1과 δ_2를 그래프로 나타내면 다음과 같다.



Ⅳ. 맺는말

본 논문에서 우리는 조건부 청구권시장이 존재하는 순수교환경제에서 公的 정보의 후생적 의의를 살펴 보았다. 그 결과로서 우리는 소비자들이 콥-더글러스형 효용함수를 가지고 있는 경제에서는 어떤 종류의 정보체계가 주어지더라도 모든 소비자들의 후생수준이 하락하게 된다는 사실을 입증하였다. 또한 우리는 정보가 적은 경우가 정보가 많은 경우보다 후생적 관점에서 우월하다는 것을 보여 주었다. 이것은 이 경제에서는 완전한 정보가 사회후생의 관점에서는 최악의 경우를 초래한다는 것을 의미한다. 나아가서 소비자들이 동일한 효용함수대신 서로 조금씩 다른 효용함수를 가지고 있는 경우에도 이러한 결과가 성립할 것으로 예상할 수 있다. 이것은 앞에서도 보여주었듯이 후생적인 관점에서 정보체계의 사회적 가치 간에는 엄격한 파레토 우월성이 성립한다는 사실과 효용함수의 연속성에 그 근거를 두고 있다.

이상에서 살펴보았듯이 원래의 시장구조가 完備된 경우에는 사회후생의 관점에서 公的 정보는 아무런 긍적적인 역할을 하지 못한다. 따라서 우리는 원래의 시장구조가 不完備된 경우에 公的 정보가 비로소 어느정도 긍적적인 역할을 수행할 것으로 예상할 수 있다. 또한 소비자들이 동일한 선험적 확률분포대신에 서로 다른 선험적 확률분포를 가진 경우에는 여기서의 결과가 어떻게 영향을 받을 것인가를 분석하는 것도 흥미있는 연구과제이다.

참 고 문 헌

1. Arrow, K., 1984, "Risk allocation and information : some recent theoretical developments ; in the economics of information, collective papers" *K. Arrow* vol. 4, Harvard university press.
2. Blackwell, D., 1953, "Equivalent comparison of experiments", *Annals of Mathematics and Statistics* 24, 265-272.
3. Hirshleifer, J., 1971, "The private and social value of information and reward to inventive activity", *American economic review* 61, 561-574.
4. Hirshleifer, J. and J. G. Riley, 1994, *The analytics of uncertainty and information*, Cambridge university press.
5. Sulganik, E. and I. Zilcha, 1994, "The value of information : disadvantageous risk-sharing markets", *Working paper* No. 2-94, Tel-aviv university.