

用途地域制에 대한 一研究*

具 本 昶**

토지의 효율적 이용을 촉진하기 위해 都市 및 非都市地域의 토지에 대해 용도별로 이용 가능한 위치와 면적을 지정하는 用途地域制의 지정목적과 관련된 논의는 外部不經濟의 解消, 農林地의 非市場的 價値로 인해 발생할 수 있는 농림지 부족 해소, 공공용지 확보 등 주로 市場失敗와 관련하여 이루어져 왔는데 이 제도의 지정목적이 이에 국한된 것은 아니다. 실제로 이 제도는 시장에서의 一般的 資源配分을 정부가 의도하는 방향으로 조정하기 위해서도 널리 활용되고 있는데 본 논문에서는 이 제도가 이 같은 조정수단으로 이용될 수 있는가 여부를 살펴보았다.

이것을 위해 市場配分과 計劃家配分이 상이하게 나타나는 重疊世代模型(overlapping generations model)을 도입하였고 生産 및 宅地 용도로 이용되는 토지서비스시장에 대해 용도지역제가 활용되는 상황을 모형화하였는데 이 제도가 財産稅 및 消費稅 등 조세수단과 더불어 사용될 경우 시장배분이 조정되어 계획가배분과 일치될 수 있음을 보였다. 즉 이 제도가 시장실패의 교정수단 이외에도 시장에서의 일반적 자원배분을 조정하기 위한 수단으로서 활용될 수 있음을 보인 것인데 이 같은 결과는 용도지역제와 관련된 지금까지의 논의가 주로 市場失敗에 국한되어 있는 미비점을 보완한 것이라고 사료된다.

I. 서 론

用途地域制는 토지소유권이 보장된 대부분의 국가에서 토지의 효율적 이용을 촉진하기 위해 土地利用權에 제한을 가하는 제도로서, 都市 및 非都市地域의 토지에 대해 용도별로 이용 가능한 위치와 면적을 지정하는 것이다. 예컨대 우리 나라의 경우 全國土가 都市, 農林 등 5개 용도지역으로 구분되어 있고 이 중 都市地域은 住居, 商業 등 4개 용도지역으로 구분되어 있는데 이 같은 용도지역제는 전국토의 경우 國土利用管理法에, 도시지역의 경우 都市計劃法에 각

* 값진 조언을 주신 錢英燮, 李正典, 金泰成, 金京煥 교수 및 익명의 심사위원께 감사드리며 특히 중첩세대모형과 관련하여 많은 도움을 주신 姜洪烈 박사께 깊은 고마움을 전합니다.

** 서울대 지역종합연구소 특별연구원.

각 규정되어 있다.

이 제도는 1920년대 이래로 도시지역을 중심으로 널리 사용되어 왔는데 주된 목적으로서 우선 外部不經濟의 解消를 들 수 있다(Jud(1980)). 즉 특정 토지가 부적합한 용도로 개발됨으로써 인접한 토지에 미칠 수 있는 피해를 최소화하기 위한 것인데 이 경우 외부불경제 해소수단으로서의 용도지역제가 Coase해나 Pigou해에 비해 비효율적이지 않은 것은 외부불경제가 기업이나 사회 전체의 生産集合에 대해 비불복성을 초래하기 때문이라는 지적이 있다(Crone(1983), Fischel(1994)).

이 목적 이외에도 農林地의 非市場的 價値로 인해 발생할 수 있는 농림지 부족 해소 또는 도로와 같은 公共用地 確保 등이 제시되는데, 전자에 대해 Gardner(1977), Lopez(1994) 등은 환경개선이나 휴양지 제공 등과 같은 농림지의 비시장적 가치는 지가에 반영되지 않으므로 규제가 없을 경우 농림지 부족현상이 생길 수 있음을 지적하였다. 金正浩(1994, 제2장)는 우리 나라의 도시용지 過不足 여부를 살펴보기 위해 농림지의 가격에 이 같은 비시장적 가치를 가산하였는데 추정결과 수도권과 부산 등지에서 도시용지의 공급이 부족한 것으로 나타나 정부의 農林地 轉用規制가 필요 이상으로 과다한 것이 아닌가라는 주장을 한 바 있다.

이상에 열거된 논의는 주로 市場失敗와 관련된 것인데 실제로 용도지역제의 지정목적은 시장실패의 矯正에 국한된 것은 아니다. 이 밖에도 시장에서의 一般的 資源配分을 정부가 원하는 방향으로 조정하기 위해서 이 제도가 널리 활용되고 있는데 이 같은 사례는 적지 않은 것으로 보인다. 우리 나라의 경우 工業活性化를 위해 工團面積을 꾸준히 확대지정하였고 都市宅地 부족을 해소하기 위해 도시 근교의 農林地 전용을 확대하였으며 首都圈 팽창을 억제하기 위해 수도권 내 농지의 도시토지로의 전용을 억제하여 온 것 등을 예로 들 수 있다. 이 점은 용도지역제를 규정한 法制定 취지를 보아도 짐작할 수 있는데, 예컨대 국토이용관리법은 公共福利의 向上과 地域社會의 發展에 기여하도록 국토를 계획, 관리함을 명시하고 있다(법 제1조).

본 논문에서는 이 점과 관련하여 용도지역제가 시장에서의 일반적 자원배분을 조정하기 위한 수단으로서 이용될 수 있는가 여부를 살펴보고자 하였다. 이것을 위해 시장배분과 계획가배분이 상이하게 나타나는 重疊世代模型(overlapping generations model)을 도입하였으며 계획가배분과 일치하도록 시장

배분을 변화시키기 위해 용도지역제가 사용되는 상황을 모형화하였는데 논의의 단순화를 위해 다양한 토지용도를 生産用途와 宅地用途의 두 용도로 대별하였다.

계획가 또는 정부가 경제 내에 존재하는, 또한 앞으로 존재할 모든 세대의 효용에 대해 효용의 할인된 합계를 극대화하고자 할 경우 市場配分과 計劃家配分이 상이하게 되는데 그 이유는 양 경제에서 경제주체들이 서로 상이한 豫算制約 하에서 행동하며 또한 계획가의 할인이 시장경제에는 적용되지 않기 때문이다. 이 때 토지시장에 대한 용도지역제가 조세수단과 더불어 사용될 경우 시장배분과 계획가배분이 일치될 수 있음을 보였다. 이하의 제Ⅱ, Ⅲ절에서는 시장배분과 계획가배분을 각각 살펴보았고 제Ⅳ절에서는 정책효과를 분석하였다.

Ⅱ. 市場配分

시장배분을 살펴보기 위해 우선 제1항에서는 각 경제주체의 극대화 행동을, 제2항에서는 시장균형조건을 도출하였으며, 제3항에서는 動學體系를 살펴보았다.

1. 模 型

이 논문의 모형은 Diamond(1965)의 重疊世代模型에 宅地 및 生産用地를 포함시킨 것으로 人口 및 可用土地面積은 불변으로 가정한다. 택지를 모형 내에 수용하기 위해 Alonso(1964)의 효용함수를 도입하였는데 여기에서 개인의 효용은 消費財와 宅地서비스의 함수이다.¹⁾ 이하에서는 각 경제주체의 행동을 살펴보자.

(1) 幼年層

t 기($t=0, 1, 2, \dots$)에 태어난 유년층의 개인 m 은 t 기에 c_{α}^m 만큼의 소비재를 소비하고 l_{α}^m 만큼의 택지면적을 임차하며, $(t+1)$ 기에 $c_{\alpha+1}^m$ 을 소비하고 $l_{\alpha+1}^m$ 을

1) Alonso(1964)와는 달리 Mills(1967), Muth(1969) 등은 개인이 주택서비스를 직접 소비하되 택지는 주택건축을 위한 중간재로 이용되는 보다 현실적인 상황을 모형화하였고, Wheaton(1982)은 소비재, 택지 및 주택자재를 독립변수로 하는 효용함수를 이용하였다.

임차하여 다음과 같은 효용을 얻는다.

$$u(c_{yt}^m, l_{yt}^m) + (1 + \theta)^{-1} u(c_{at+1}^m, l_{at+1}^m). \quad (\theta \text{는 개인의 주관적 할인율})$$

賃金은 t 기의 소비 및 택지임대를 위해 지출되고 나머지는 저축된다. 저축수단은 土地資產과 資本財이다. 즉

$$w_t = c_{yt}^m + r_t l_{yt}^m + p_t l_t^m + k_{t+1}^m.$$

(w_t : 임금, r_t : 토지지대, p_t : 토지가격, l_t^m : 개인 m 의 토지자산 구입량, k_{t+1}^m : 개인 m 의 자본재 구입량, 재화가격은 1로 놓음)

토지로부터는 地代 및 資本利得을, 자본재로부터는 利子所得을 벌게 되는데 토지와 자본재로부터 발생하는 所得 및 토지와 자본재 販賣分은 $(t+1)$ 기의 소비 및 택지지대에 전액 지출된다. 즉,

$$(r_{t+1} + p_{t+1})l_t^m + k_{t+1}^m(1 + i_{t+1}) = c_{at+1}^m + r_{t+1}l_{at+1}^m. \quad (i_t: \text{이자율})$$

따라서 t 기에 있어 유년층의 극대화 문제는 다음과 같다.

$$\max u(c_{yt}^m, l_{yt}^m) + u(c_{at+1}^m, l_{at+1}^m) / (1 + \theta)$$

$$\text{s.t. } w_t = c_{yt}^m + r_t l_{yt}^m + p_t l_t^m + k_{t+1}^m \text{ 및}$$

$$(p_{t+1} + r_{t+1})l_t^m + (1 + i_{t+1})k_{t+1}^m = c_{at+1}^m + r_{t+1}l_{at+1}^m.$$

극대화를 위한 1계조건을 도출하면 다음과 같다.

$$r_t u_1(c_{yt}^m, l_{yt}^m) - u_2(c_{yt}^m, l_{yt}^m) = 0. \quad (1)$$

$$r_{t+1} u_1(c_{at+1}^m, l_{at+1}^m) - u_2(c_{at+1}^m, l_{at+1}^m) = 0. \quad (2)$$

$$u_1(c_{yt}^m, l_{yt}^m) - (1 + i_{t+1})u_1(c_{at+1}^m, l_{at+1}^m) / (1 + \theta) = 0. \quad (3)$$

$$p_{t+1} + r_{t+1} - p_t(1+i_{t+1}) = 0. \quad (4)$$

$$w_t - c_{yt}^m - r_t l_{yt}^m - (c_{ot+1}^m + r_{t+1} l_{ot+1}^m) / (1+i_{t+1}) = 0. \quad (5)$$

(1), (2)식은 t 기의 幼年層과 $(t+1)$ 기의 老年層에 있어 소비재와 택지 간 배분조건으로 화폐 1단위가 산출하는 限界效用이 재화별로 동일함을 의미한다. (3)식은 개인의 異時點間 배분조건으로 t 기에 소비를 한 단위 줄이고 이것을 저축할 때 잃는 효용이 $(t+1)$ 기에 저축의 원리금을 소비할 때 추가로 얻게 되는 효용과 동일함을 의미한다. (4)식은 토지 및 자본의 수익이 동일함을 표시하는 裁定條件(arbitration condition)으로 이 조건하에서 개인 m 은 저축수단인 토지자산과 자본재 구입량을 어떻게 정하든 저축액은 $(1+i_{t+1})$ 배 증가하므로 각 개인의 저축액은 $(p_t l + k_{t+1})$ 과 동일하고 따라서 소비와 택지서비스 각각에 대한 개인별 수요 또한 동일하게 된다. 즉 c_{yt}^m, l_{yt}^m 가 모든 m 에 대해 동일한데 이하에서는 이것을 c_{yt}, l_{yt} 라 한다. (5)식은 유년층의 豫算制約式인데 유년기 임금으로 유년기와 노년기의 재화 및 택지서비스를 소비함을 표시한다.

(2) 老年層

t 기에 있어 노년인 개인 n 은 자신이 보유한 土地(l_t^n)와 資本스톡(k_t^n)으로부터 지대와 이자를 벌 뿐 아니라 이들 자산을 모두 처분하여 소비재(c_{ot}^n)와 택지서비스(l_{ot}^n)를 구입하여 효용을 극대화하고자 한다.

$$\begin{aligned} & \max u(c_{ot}^n, l_{ot}^n) / (1+\theta) \\ \text{s.t. } & c_{ot}^n + r_t l_{ot}^n = (p_t + r_t) l_t^n + (1+i_t) k_t^n. \end{aligned}$$

극대화를 위한 1계조건을 도출하면 다음과 같다.

$$r_t u_1(c_{ot}^n, l_{ot}^n) - u_2(c_{ot}^n, l_{ot}^n) = 0. \quad (6)$$

$$(p_t + r_t) l_t^n + (1+i_t) k_t^n - c_{ot}^n - r_t l_{ot}^n = 0. \quad (7)$$

(6)식은 노년층의 t 기에서의 소비재와 택지 간의 배분조건으로 가격 1단위가 산출하는 한계효용이 재화별로 동일함을 의미하며, (7)은 노년층의 豫算制約式이다. $t=0$ 일 때 노년층에 속한 각 개인이 보유한 토지와 자본량이 동일하다고 가정하면 매기 노년 각 개인의 예산총액이 $(p_t + r_t)l + (1 + i_t)k_t$ 와 동일하므로 소비와 택지수요는 모든 개인에 대해 동일하다. 즉 c_{at}^n, l_{at}^n 이 모든 n 에 대해 동일한데 이하에서는 이것을 c_{at}, l_{at} 라 한다. 또한 이하에서는 노년층 예산제약으로 아래의 (7)' 식을 사용한다.

$$(p_t + r_t)l + (1 + i_t)k_t - c_{at} - r_t l_{at} = 0. \quad (7)'$$

(3) 企業

한편 기업의 生産技術은 다음과 같다.

$$Y_t = F(K_t, L_{at}, N).$$

(Y_t : 총산출, K_t : 총자본스톡, L_{at} : 總生産用地面積, 인구 N 은 불변이라고 가정함)

생산함수를 1차 동차로 가정하면,

$$Y_t/N = F(K_t/N, L_{at}/N, 1) = f(k_t, l_{at}).$$

(k_t, l_{at} : 1인당 자본스톡 및 생산용지면적)

기업은 노동, 자본, 생산용지를 임차하여 이윤극대화를 목표로 생산한다고 가정하면 기업의 행동은 다음과 같다.

$$\max \pi_t = Nf(k_t, l_{at}) - i_t K_t - r_t L_{at} - w_t N.$$

이윤극대화를 위한 1계조건은 다음과 같다.

$$\partial \pi_t / \partial K_t = f_1(k_t, l_{at}) - i_t = 0. \quad (8)$$

$$\partial \pi_t / \partial L_{at} = f_2(k_t, l_{at}) - r_t = 0. \quad (9)$$

$$\begin{aligned}\partial \pi_t / \partial N &= f(k_t, l_{at}) + N[f_1(k_t, l_{at})(-K/N^2) + f_2(k_t, l_{at})(-L_a/N^2)] - w_t \\ &= f(k_t, l_{at}) - i_t k_t - r_t l_{at} - w_t = 0.\end{aligned}\quad (10)$$

(8)-(10)식은 각 생산요소의 限界生産이 要素價格과 동일함을 의미한다.

2. 市場均衡條件

시장균형조건과 3항에서의 동학체계의 분석을 위해 효용 및 생산함수의 형태를 지정하는 것이 불가피하므로 Cobb-Douglas 함수를 도입한다.

$$\text{효용함수: } u(c_{jt}, l_{jt}) = \alpha \ln c_{jt} + \beta \ln l_{jt}, \quad j = o, y, \quad \alpha, \beta > 0, \quad \alpha + \beta = 1. \quad (11)$$

$$\text{생산함수: } f(k_t, l_{at}) = k_t^a l_{at}^b, \quad a, b > 0, \quad a + b < 1. \quad (12)$$

여기서 a, b 는 각각 자본 및 생산용지의 분배비율인데 생산함수가 1차동차이므로 노동의 분배비율은 $(1 - a - b)$ 가 된다. 이 경우 각 변수들의 값은 다음과 같이 된다.

$$c_{yt} = \alpha(1 + \theta)w_t / (2 + \theta), \quad l_{yt} = \beta(1 + \theta)w_t / [r_t(2 + \theta)]. \quad (13)$$

$$c_a = \alpha[(p_t + r_t)l + (1 + i_t)k_t], \quad l_{at} = \beta[(p_t + r_t)l + (1 + i_t)k_t] / r_t. \quad (14)$$

$$i_t = a k_t^{a-1} l_{at}^b, \quad r_t = b k_t^a l_{at}^{b-1}, \quad w_t = (1 - a - b) k_t^a l_{at}^b. \quad (15)$$

토지서비스시장의 경우 노년층이 l 의 토지서비스를 공급하고 유년층과 노년층이 택지를, 기업이 생산용지를 각각 수요하므로 균형조건이 (16)식과 같은데 Cobb-Douglas 함수하에서 (16)식은 (16)' 식이 된다.

$$l = l_{yt} + l_{at} + l_a \quad (16)$$

$$\beta l_{at}^{1-b} (p_t l + k_t) - b k_t^a (a l - h l_a) = 0. \quad (16)'$$

$$\text{단, } h \equiv 1 + a\beta/b + (1 - a - b)\beta(1 + \theta) / \{b(2 + \theta)\}.$$

지가 p_t 가 주어지면 (16)'에서 l_{at} 가 결정되며(t 기에는 k_t 가 주어진 수치임), 이 때 (12), (15)식에서 $f(\cdot)$, $i_t = f_1(\cdot)$, $r_t = f_2(\cdot)$, w_t 가 결정되고 또한 (13)-(14)식에서 c_{yt} , l_{yt} , c_{at} , l_{at} 가 결정된다. 생산물 중 소비되지 않아 자본재시장에 공급되는 부분은 $(f(\cdot) + k_t - c_{yt} - c_{at})$ 이며 유년층 저축 중 토지자산을 구입하고 남은 부분이 자본재 구입에 이용되는데, 개인별 토지자산 구입량이 상이하더라도 1인당 평균토지자산 구입량은 l 이므로 자본재에 대한 1인당 수요는 $(w_t - c_{yt} - r_t l_{yt} - p_t l)$ 이다. 따라서 자본재시장 균형조건은 $f(\cdot) + k_t - c_{yt} - c_{at} = w_t - c_{yt} - r_t l_{yt} - p_t l$ 이다. 그런데 이 균형조건을 좌변에서 $f(\cdot)$ 을 $(i_t k_t + r_t l_{at} + w_t)$ 로 대체한 후 정리하면 노년층 예산제약이 도출되므로 이 균형식은 항등식임을 알 수 있다. 또한 자본재의 공급은 상품공급에서 소비수요를 뺀 것이고 자본재에 대한 수요는 투자수요이므로 자본재시장이 균형이면 상품시장도 균형임을 알 수 있다. 이하에서는 자본재에 대한 수요를 k_{t+1} 의 결정식으로서 사용한다.

$$w_t - c_{yt} - r_t l_{yt} - p_t l = k_{t+1}. \quad (17)$$

한편 주어진 지가 p_t 하에서 토지자산에 대한 수요 $(w_t - c_{yt} - r_t l_{yt} - k_{t+1})$ 은 $p_t l$ 이고(이 식에서 k_{t+1} 을 자본재 공급인 $(f(\cdot) + k_t - c_{yt} - c_{at})$ 로 대체해도 노년층 예산제약하에서 토지자산에 대한 수요가 $p_t l$ 이 됨) 토지자산의 공급이 l 이므로 토지자산시장은 균형이다. 따라서 균형지가는 불결정적이 된다.

3. 動學體系

t 기 이후의 상황을 파악하려면 다음 식이 필요하다.

$$p_{t+1} + r_{t+1} - p_t(1 + i_{t+1}) = 0. \quad (4)$$

$$l - l_y - l_{ot} - l_a = 0. \quad (16)$$

$$w_t - c_y - r_t l_y - p_t l - k_{t+1} = 0. \quad (17)$$

(4), (16), (17)식은 각각 裁定條件, 土地서비스市場 균형식 및 k_{t+1} 결정식을 의미하는데, Cobb-Douglas 함수하에서 이들 식은 다음과 같다.

$$p_{t+1} - p_t + b k_{t+1}^a l_{at+1}^{b-1} - a p_t k_{t+1}^{a-1} l_{at+1}^b = 0. \quad (4)'$$

$$\beta l_{at+1}^{1-b} (p_t l + k_t) - b k_t^a (\alpha l - h l_a) = 0. \quad (16)'$$

$$(1 - a - b) k_t^a l_a^b / (2 + \theta) - p_t l - k_{t+1} = 0. \quad (17)'$$

p_t 가 주어지면 (16)'식에서 l_{at} 가 결정되는데, 이 때 (12)-(15)식에서 $f(\cdot)$, i_t , r_t , w_t 및 c_y , c_{ot} , l_y , l_a 가 결정되고 (17)'식에서 k_{t+1} 이 결정된다. ($t+1$)기에 대해서는 (4)'식과 ($t+1$)기에 대한 (16)'식을 이용하면 p_{t+1} 과 l_{at+1} 이 결정되며, 따라서 ($t+1$)의 산출, 이자, 지대, 임금 등이 결정된다. ($t+1$)기 이후에 대해서도 ($t+1$)기에서와 같은 방식으로 모든 변수가 결정된다. 이 동학체계는 循環經路가 존재할 가능성이 있으므로 經路把握이 어렵게 된다. 그런데 본 논문에서는 시장경로가 계획가경로를 따르도록 조정되므로 조정되기 以前의 市場經路는 문제시되지 않는다.

Ⅲ. 計劃家配分

이 절에서는 계획가의 배분을 살펴보기 위해 Samuelson(1968)의 1부문모형에 대한 최적화를 본 모형에 적용하였다.

1. 計劃家の 行動

계획가 또는 정부가 각 세대의 효용을 계획가의 主觀的 割引率로 할인한 현

재가치를 극대화하고자 한다고 하면 계획가의 目的函數은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \max S &= (1+\theta)^{-1}u(c_{00}, l_{00}) + (1+R)^{-1}u(c_{y0}, l_{y0}) \\ &\quad + (1+R)^{-1}[(1+\theta)^{-1}u(c_{01}, l_{01}) + (1+R)^{-1}u(c_{y1}, l_{y1})] + \dots \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} (1+R)^{-t}[(1+\theta)^{-1}u(c_{\alpha t}, l_{\alpha t}) + (1+R)^{-1}u(c_{yt}, l_{yt})]. \quad (18) \end{aligned}$$

(R 은 장래세대의 효용에 대한 계획가의 할인율인데 $R > 0$ 이라고 가정하며, 자본스톡의 초기값(k_0)은 주어졌다고 가정함)

또한 매기 계획가의 資源制約은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} l &= l_{yt} + l_{\alpha t} + l_{\alpha}, \\ f(k_t, l_{\alpha}) + k_t &= c_{yt} + c_{\alpha} + k_{t+1}, \quad k_t \geq 0. \end{aligned} \quad (19)$$

(19)식으로부터 $f(k_t, l - l_{yt} - l_{\alpha}) + k_t = c_{yt} + c_{\alpha} + k_{t+1}$ 이므로 $c_{yt} = f(\cdot) + k_t - c_{\alpha} - k_{t+1}$ 을 (18)식에 대입하면,

$$\begin{aligned} \max S &= \dots \\ & (1+R)^{-t+1}[(1+\theta)^{-1}u(c_{\alpha t-1}, l_{\alpha t-1}) + (1+R)^{-1}u\{f(k_{t-1}, l - l_{yt-1} - l_{\alpha t-1}) \\ & \quad + k_{t-1} - c_{\alpha t-1} - k_t, l_{yt-1}\}] + (1+R)^{-t}[(1+\theta)^{-1}u(c_{\alpha t}, l_{\alpha t}) \\ & \quad + (1+R)^{-1}u\{f(k_t, l - l_{yt} - l_{\alpha}) + k_t - c_{\alpha t} - k_{t+1}, l_{yt}\}] \\ & \quad \dots \end{aligned} \quad (18)'$$

(18)'식을 l_{yt} , l_{α} , c_{α} , k_t 에 대해 각각 미분하면 최적화를 위한 1계조건을 얻는다(도출과정은 <부록> 1. 참조).

$$u_1(c_{yt}, l_{yt})f_2(k_t, l_{\alpha}) - u_2(c_{yt}, l_{yt}) = 0. \quad (20)$$

$$u_1(c_{\alpha}, l_{\alpha})f_2(k_t, l_{\alpha t}) - u_2(c_{\alpha}, l_{\alpha t}) = 0. \quad (21)$$

$$u_1(c_{yt}, l_{yt}) - (1+R) \cdot (1+\theta)^{-1} \cdot u_1(c_{\alpha t}, l_{\alpha}) = 0. \quad (22)$$

$$u_1(c_{y,t-1}, l_{y,t-1}) - (1+R)^{-1} \cdot [f_1(k_t, l_{a,t}) + 1] \cdot u_1(c_{y,t}, l_{y,t}) = 0 \quad (23)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (1+R)^{-t} \cdot u_1(c_{y,t}, l_{y,t}) = 0 \quad (24)$$

(20), (21)식은 소비재와 택지 간의 세대별 배분조건으로 화폐 1단위가 산출하는 한계효용이 재화별로 동일함을 의미하는데 시장배분에서의 (1), (6)식과 동일하다. (22)식은 소비재의 世代間 最適配分條件으로 이에 따르면 계획가의 입장에서 본 t 기에서의 世代間 한계대체율이 한계변환율($=1$)과 같아야 한다. (23)식은 異時點間 최적배분조건으로 이에 따르면 계획가의 입장에서 본 t , $(t+1)$ 兩時點間 限界代替率이 한계변환율($f_1 + 1$)과 같아야 함을 의미한다. 또한 (22), (23)식으로부터 $u_1(c_{y,t-1}, l_{y,t-1}) = [f_1(k_t, l_{a,t}) + 1] \cdot u_1(c_{y,t}, l_{y,t}) / (1+\theta)$ 을 얻는데 이것은 個人的 이시점간 최적배분조건인 (3)식과 일치한다. 즉 계획가가 상이한 세대의 가중화된 효용을 극대화한 결과 나타나는 개인의 생애에 있어 소비재의 이시점간 배분이 시장경제에 있어 개인 스스로 행하는 이시점간 배분과 동일하게 된다. 끝으로 (24)식은 transversality 조건이다.

2. 동학체계 및 경로

(1) 동학체계

제약식과 1계조건으로부터 다음과 같은 동학체계가 도출된다.

$$f(k_t, l_{a,t}) + k_t - c_{y,t} - c_{a,t} - k_{t+1} = 0, \quad k_t \geq 0. \quad (19)$$

$$\{f_1(k_{t+1}, l_{a,t+1}) + 1\} \cdot (1+R)^{-1} \cdot u_1(c_{y,t+1}, l_{y,t+1}) - u_1(c_{y,t}, l_{y,t}) = 0. \quad (23)$$

(19)는 자원제약식이고 (23)는 이시점간 최적배분조건이다. 이 같은 동학체계의 분석을 위해 효용 및 생산함수의 형태를 지정하는 것이 불가피하므로 시장경제에서와 같이 Cobb-Douglas 함수를 도입하는데 이 경우 변수들의 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} c_y &= \alpha(1+\theta) \cdot f_2(k_t, l_{et}) \cdot (l - l_{et}) / [\beta(2+\theta+R)], \\ c_a &= (1+R)(1+\theta)^{-1} c_y, \\ l_y &= (1+\theta)(l - l_a) / (2+\theta+R), \\ l_a &= (1+R)(1+\theta)^{-1} l_y. \end{aligned} \quad (25)$$

또한 위의 동학체계는 다음과 같이 된다.

$$k_{t+1} = k_t^b l_a^b + k_t - (\alpha b / \beta) k_t^b l_a^{b-1} (l - l_a). \quad (19)'$$

$$\frac{f_2(k_{t+1}, l_{a+1}) \cdot (l - l_{a+1})}{f_2(k_t, l_a) \cdot (l - l_a)} = \frac{f_1(k_{t+1}, l_{a+1}) + 1}{(1+R)} \quad \text{또는}$$

$$\frac{k_{t+1}^a l_{a+1}^{b-1} (l - l_{a+1})}{k_t^a l_a^{b-1} (l - l_a)} = \frac{a k_{t+1}^{a-1} l_{a+1}^b + 1}{(1+R)}. \quad (23)'$$

경로를 살펴보기 위해 우선 分界線 $k_{t+1} - k_t = 0$ 을 도출하자.

(2) 分界線 $k_{t+1} - k_t = 0$ 의 도출

(19)'식에서 $k_{t+1} - k_t = k_t^b l_a^b - (\alpha b / \beta) k_t^b l_a^{b-1} (l - l_a) = 0$ 이므로 $k_{t+1} - k_t = 0$ 일 조건은 $l_a = \varepsilon l$ (여기서 $\varepsilon = \beta \alpha / (\beta \alpha + \beta)$)이 된다(<그림 1>의 직선 A). $l_a > \varepsilon l$ 이면 (19)'식에서 생산은 증가하나 소비(= $c_y + c_a$)가 감소하므로 자본스톡이 증가한다. 반면 $l_a < \varepsilon l$ 이면 자본스톡이 감소한다.

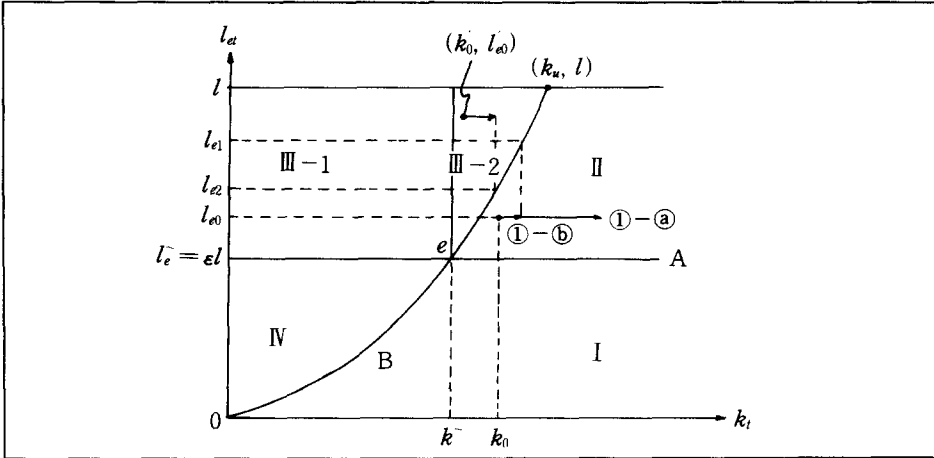
(3) $f_1(\cdot) = R$ 곡선의 도출

$f_1(\cdot) = R$ 로부터 l_a, k_t 간의 관계를 도출하면 $l_a = (R/a)^{1/b} \cdot k_t^{(1-a)/b}$ 가 된다(<그림 1>의 곡선 B). 곡선 B의 우측에서는 $f_1(\cdot) < R$ 이, 좌측에서는 $f_1(\cdot) > R$ 이 성립한다.

(4) 經路

곡선 A, B의 교점에서는 k_t, l_a 가 불변이므로 교점은 steady state 균형점이 된다. (19)', (23)'식으로부터 $l_e = \varepsilon l, k^* = \{a(\varepsilon l)^b / R\}^{1/(1-a)}$ 이므로 균형점은

〈그림 1〉



유일하게 된다(여기서 \sim 는 steady state 균형점을 표시함). 곡선 A, B는 (k_t, l_a) 의 가능한 조합을 네 개의 상한으로 나누는데 각 상한 내에서의 경로를 살펴보자. 단, k_t, l_a 의 값이 주어진 경우 (19)'식으로부터 k_{t+1} 이 먼저 결정된 후 (23)'식으로부터 l_{a+1} 이 결정되므로 경로분석에 있어서도 이 같은 순서를 따르도록 한다.

① II상한: 초기($t=0$)자본 및 생산용지규모가 k_0, l_{a0} 이라 하자(〈그림 1〉 참조). A 위편이므로 (19)'식에 따라 자본이 증가하여 k_{t+1} 이 되었다고 하자. 이때 생산용지규모의 변화를 결정하는 것은 (23)'식이다. (23)'식의 좌우변을 도시하면 〈그림 2〉와 같다. 〈그림 2〉에서 가로축은 l_{a+1} 의 값을 표시하며 우측으로 이동할수록 증가하는 반면 세로축은 (23)'식의 좌우변의 값을 표시한다.

(23)'식의 우변(이시점간 한계변환율)을 $n(l_{a+1}) = \{f_1(k_{t+1}, l_{a+1}) + 1\} / (1+R)$ 이라 하면 $n(0) = 1 / (1+R)$, $n(l) = (ak_{t+1}^{p-1} l^p + 1) / (1+R)$, $n'(l_{a+1}) > 0$ 및 $n''(l_{a+1}) < 0$ 등이 성립한다. 현재 (k_{t+1}, l_{a0}) 의 위치가 B곡선 우편이므로 $n(l_{a0}) < 1$ 이 된다. 〈그림 1〉에서 $k_{t+1} > k_u$ 이면 〈그림 2〉의 n^2 과 같이 모든 l_{a+1} 에 대해 $n(l_{a+1}) < 1$ 이 되는 반면 $k_{t+1} \leq k_u$ 이면 〈그림 2〉의 n^1 과 같이 $n(l_{e1}) = 1$ 이 된다(l_{e1} 은 $k = k_{t+1}$ 과 B가 교차할 때의 l_e 값으로 $l_{e1} \geq l_{a0}$ 임).

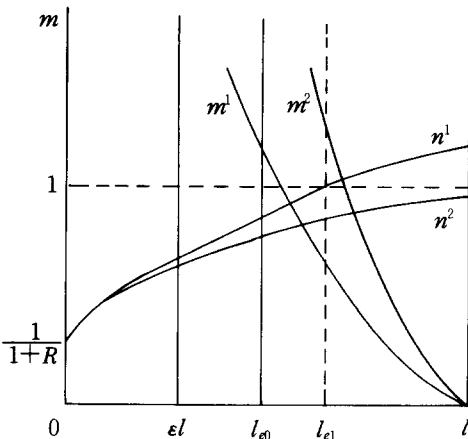
한편 (23)'식의 좌변(이시점간 한계대체율)을 $m(l_{a+1}) = \frac{k_{t+1}^{p-1} l_{a+1}^{-1} (l - l_{a+1})}{k_0^p l_{a0}^{-1} (l - l_{a0})}$

이라 하면 $m(0) = \infty$, $m(l) = 0$, $m'(l_{e1}) < 0$ 및 $m''(l_{e1}) > 0$ 등이 성립하는데 $k_{t+1} > k_e$ 이므로 $m(l_{e0}) > 1$ 이 된다. 이제 n , m 곡선을 이용하여 경로를 살펴보자.

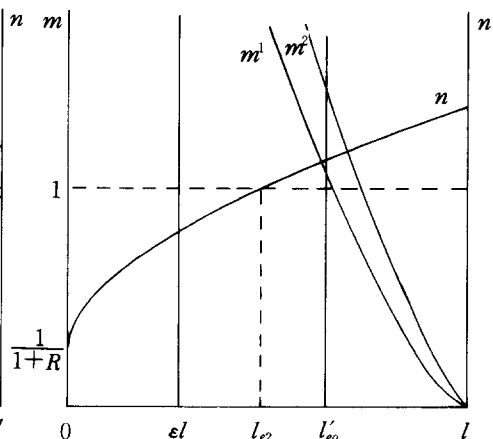
㉑ $k_{t+1} > k_e$ 인 경우: $m(l_{e0}) > n(l_{e0})$ 이므로 $k = k_{t+1}$ 에서 l_e 가 l_{e0} 에서 불변이면 이시점간 限界代替率이 限界變換率보다 크게 되는데, 이 때 l_{e1} 증가하면 한계대체율(m)이 감소하는 반면 한계변환율(n)이 증가하여 異時點間 最適配分條件이 만족될 수 있다. 즉 <그림 2>에서 보듯이 n , m 을 일치시키기 위해 l_{e1} 은 증가한다. k_{t+2} 또한 k_e 보다 크므로 l_{e1} 또한 증가하나 $l_{e1} < l$ 이 되는데 이것이 모든 $t(\geq 1)$ 에 대해 성립하므로 결국 k_t 는 ∞ 로 발산하며 l_e 는 l 로 수렴한다. 그런데 이 같은 경로는 (24)식의 transversality조건에 위배된다.²⁾

㉒ $k_{t+1} \leq k_e$ 인 경우: ㉑에서와 같이 $m(l_{e0}) > n(l_{e0})$ 이므로 l_{e1} 은 증가하는데 $l_{e1} \leq l_{e1}$ ($m = m^1$ 일 때) 또는 $l_{e1} > l_{e1}$ ($m = m^2$ 일 때)이 가능하다(m' 은 $m(l_{e1}) \leq 1$, m' 는 $m(l_{e1}) > 1$ 인 경우임). $l_{e1} \leq l_{e1}$ 이면 $(t+1)$ 기에도 II 상한에 머물게

<그림 2>



<그림 3>



2) $f_2(k_t, l_e)(l - l_e)$ 를 ψ_t 라 하면 (23)'식은 $\psi_{t+1} = \psi_t \cdot [f_1(k_{t+1}, l_{e1}) + 1] / (1+R)$ 이 되므로 이로부터 $\psi_t = \psi_0 \cdot [f_1(k_1, l_{e1}) + 1] \cdot [f_1(k_1, l_{e2}) + 1] \cdots [f_1(k_t, l_{e1}) + 1] / (1+R)^t$ 이 도출된다. 따라서 (24)식에서 $\lim_{t \rightarrow \infty} (1+R)^{-t} u_1(c_t, l_t) = \beta(2+\theta+R) / [\alpha(1+\theta)\psi_0 \cdot \{f_1(k_1, l_{e1}) + 1\} \cdot \{f_1(k_2, l_{e2}) + 1\} \cdots \{f_1(k_t, l_{e1}) + 1\}] \neq 0$ 이 된다.

되는데 $(t+2)$ 가 이후에도 계속 $l_t \leq l_{t+1}$ 이면 유한시간 내에 $k_t > k_u$ 가 되므로 경로는 ㉑를 따르게 된다. 한편 $l_{t+1} > l_{t+2}$ 이면 Ⅲ-2상한으로 이동하는데 이 경우는 다음 ㉒에서 논의한다.

㉒ Ⅲ-2상한: 초기자본 및 생산용지규모가 k_0, l_0 라 하자(〈그림 1〉 참조). 현재 위치가 A 위편이므로 (19)'식에 따라 자본이 증가하여 k_{t+1} 이 되었다고 하자. 자본증가로 Ⅱ상한으로 이동하는 경우에는 위의 ㉑를 따른다.

반면 계속 Ⅲ-2상한에 머물 경우 B 좌편에 위치하므로 n 은 〈그림 3〉에서와 같이 $n(l'_t) > 1$ 이 되는데 $k = k_{t+1}$ 이 B와 교차할 때의 $l_t = l_{t+2}$ 에서 $n(l_{t+2}) = 1$ 이 된다. 또한 $k_{t+1} > k_0$ 이므로 $m(l'_t) > 1$ 이 된다. 따라서 l_{t+1} 은 증가 또는 감소할 수 있으나 감소하더라도 $l_{t+1} > l_{t+2}$ 임을 알 수 있다. 결국 자본증가로 Ⅱ상한으로 이동하며 경로는 위의 ㉑를 따른다.

이상의 논의를 통해 Ⅱ, Ⅲ-2상한에서 출발할 경우 결국 k 는 무한대로 발산하고 l_t 는 l_0 로 수렴하게 되는데 이 경로는 (24)식의 transversality 조건에 위배된다.

㉓ Ⅳ상한: n, m 곡선을 이용하면 Ⅳ상한에서 출발할 경우 k_t 및 l_t 는 감소하되 k_t 는 어느 시점 이후 (-)가 되는데³⁾ 이것은 제약식 (19)식에서의 $k_t \geq 0$ 에 위배된다.

㉔ Ⅰ, Ⅲ-1상한: 동일한 방식으로 Ⅰ 또는 Ⅲ-1에서 출발할 경우 경로는 Ⅱ, Ⅳ상한으로 이동하든가 혹은 균형점으로의 收斂經路가 존재할 때 수렴함을 알 수 있는데 균형점 근방에 균형점으로 수렴하는 경로가 존재함을 〈부록〉 2.에서 증명하였다.

이상 ㉑-㉔의 논의를 통해 수렴경로가 존재할 경우 계획가경제는 수렴경로를 따름을 확인하였다.

3) Ⅳ영역에서 출발할 경우 k, l_t 가 모두 감소하는데 n, m 곡선을 이용하면 l_t 가 감소하여도 $l_t \leq 0$ 이 될 수 없음을 알 수 있다. 그런데 이 때 k 는 어느 시점 이후 (-)가 된다. 왜냐하면 $k_{t+1} = k_t^a l_t^b + k_t - (ab/\beta) \cdot k_t^a l_t^{b-1} \cdot (l - l_t) = k_t^a (l_t^b + k_t^{1-a} - (ab/\beta) \cdot (l - l_t) / l_t^{1-b})$ 로부터 $k_t > 0$ 일 때 $l_t \rightarrow 0$ 이면 (-)인 k_{t+1} 이 존재하기 때문이다.

IV. 政策效果分析

1. 兩配分の比較

양배분을 비교하기 위해 우선 동학체계를 비교하여 본다. 앞절에서 본 바와 같이 計劃家配分은 다음 두 식으로 결정된다.

$$k_{t+1} = k_t l_a^b + k_t - (\alpha b / \beta) k_t l_a^{b-1} (l - l_a). \quad (19)'$$

$$\frac{k_{t+1} l_{a+1}^{b-1} (l - l_{a+1})}{k_t l_a^{b-1} (l - l_a)} = \frac{a k_{t+1}^{b-1} l_{a+1}^b + 1}{(1+R)}. \quad (23)'$$

한편 市場經濟의 동학체계에서 p_t 를 제거하기 위해 (16)'식의 $p_t l$ 을 (17)'식에 대입하면 (26)식이, 또한 $(t+1)$ 기에 대한 (16)'식의 p_{t+1} 및 (17)'식의 p_t 를 (4)'식에 대입하면 (27)식이 각각 도출된다.

$$k_{t+1} = (1 - a - b) k_t l_a^b / (2 + \theta) + k_t - b k_t (\alpha l - h l_a) / (\beta l_a^{1-a}). \quad (26)$$

$$\begin{aligned} & (b l k_{t+1} l_{a+1}^{b-1}) / \beta - (b h / \beta - a) k_{t+1} l_{a+1}^b - a(1 - a - b) k_t l_a^b k_{t+1}^{b-1} \cdot l_{a+1}^b / (2 + \theta) \\ & - (1 - a - b) k_t l_a^b / (2 + \theta) = 0. \end{aligned} \quad (27)$$

(23)', (27)식을 l_{a+1} 로 미분한 값은 0이 아니므로 양 경제에서 l_{a+1} 은 k_{t+1} , k_t , l_a 의 함수가 된다. 이들 식에 따르면 k_t , l_a 가 양 경제에서 동일할 경우 k_{t+1} 은 (19)', (26)식에서 동일하나 임의의 상수 R , θ 가 각각 (23)', (27)식에만 포함되므로 이들 두 식에서 l_{a+1} 은 상이하다. 따라서 두 동학체계는 상이하게 된다. 또한 (13), (14), (25)식을 비교하면 k_t , l_a 가 동일하여도 산출의 c_y , c_a 간 배분과 택지서비스의 l_y , l_a 간 배분이 모두 불일치함을 알 수 있다.

양 경제의 배분이 이와 같이 상이한 이유는 계획가경제에서는 경제주체가 계획가 하나인 데 대해 시장경제에서는 幼年層, 老年層 각각이 경제주체가 되고 각 경제주체가 서로 상이한 豫算制約하에서 행동하며 또한 계획가의 割引

率이 시장경제에는 적용되지 않기 때문이다.

2. 配分一致를 위한 方案

k_t 가 양 배분에서 동일할 경우 용도지역제를 이용하여 생산용지면적이 같아지면 산출 또한 동일하게 되는데 산출의 처분 및 택지서비스의 계층 간 배분을 일치시키기 위해 조세수단을 사용한다. 이하에서는 계획가배분을 시장배분과 구분하기 위해 계획가배분에 대해서는 * 표시를 한다. 모든 시점에 있어서의 계획가배분은 주어진 값으로 시장에서의 정책에 의해 변화되지 않는데 이하에서는 정책실시 이후의 시장에서의 균형배분값을 계획가배분값과 같다고 보고 이 균형배분값을 달성할 수 있는 정책이 존재하는가 여부를 살펴본다.

t 기에 $k_t = k_t^*$ 가 성립한다고 가정하면 배분일치를 위해서는 우선 $l_a = l_a^*$ 가 되도록 하여 산출을 같게 해야 할 뿐 아니라 산출의 처분에 있어 $c_y = c_y^*$, $c_a = c_a^*$ 및 $k_{t+1} = k_{t+1}^*$ 가 되며 또한 $l_x = l_x^*$, $l_a = l_a^*$ 가 성립하도록 해야 한다. 또한 이 같은 배분일치가 t 기 이후에도 성립해야 한다.

이것을 위해 우선 토지시장에 대해 用途地域制를 도입하는데 여기서의 용도지역제는 정부가 민간의 택지용도 및 생산용도에 이용될 토지면적을 배정하며 배정면적 이상의 사용을 금지하는 것을 의미한다.

그런데 總可用土地가 일정하므로 생산용도에 이용될 토지면적을 배정하는 것은 곧 택지용도에 이용될 토지면적을 배정하는 것이 되므로 두 용도에 이용될 토지면적을 각각 배정하는 용도지역제는 어떤 한 용도, 예컨대 생산용도에 이용될 토지면적만을 배정하는 용도지역제와 동일한 것이 된다.

매기에 택지서비스 및 기업의 생산용지서비스에 대한 수요를 충족하기 위해 배정된 생산용지면적을 l_y^B , l_a^B 이라 하고 매기 $l_y^B = l_a^*$ 가 되도록 생산용지면적을 배정한다고 하자. 용도지역제하에서 토지시장이 택지서비스시장과 생산용지서비스시장 등 둘로 구분되므로 각 토지서비스시장에 있어 土地賃賃料와 地價가 시장별로 일반적으로 상이하게 되는데 이하에서는 두 시장에서 형성되는 서비스가격을 각각 r_1 , r_2 , 지가를 각각 p_1 , p_2 라 한다.

이하에서는 유년층이 용도지역제 실시 이후에 토지를 구입하고 다음 기에도 용도지역제 실시 이후에 토지를 판매하는 것으로 가정한다. 개인 m 의 t 기에서의 용도별 토지자산 구입량을 각각 l_{1t}^m , l_{2t}^m 이라 하면 $(t+1)$ 기에서의 용도지역

제 실시로 인해 개인의 용도별 토지자산 보유량이 변화되는데 개인이 소유하는 토지자산의 용도별 면적이 소유면적에 비례하여 변화하는 것으로 가정한다. 즉 생산용도로 배정된 면적의 $(t+1)$ 기에서의 변화량을 $\Delta_{t+1}(=l_{2,t+1}^R - l_{2,t}^R)$ 이라 하면 개인의 용도별 토지보유량은 각각 다음과 같이 조정된다.

$$\begin{aligned} l_{2,t+1}^m &= l_{2,t}^m + \Delta_{t+1}(l_{2,t}^m / l_{2,t}^R), \\ l_{1,t+1}^m &= l_{1,t}^m - \Delta_{t+1}(l_{2,t}^m / l_{2,t}^R). \end{aligned} \quad (28)$$

이같이 조정될 경우 개인의 토지자산 보유량에는 변화가 없으나 생산용지자산 보유량은 당초 생산용지자산 보유량에 비례하여 변화하게 되는데, 이 때 1인당 생산용지면적은 정부가 의도한대로 $l_{2,t+1}^R$ 이 된다((28)식의 윗식 좌변의 m 에 대한 평균치가 $l_{2,t+1}^R$ 이 되는데 이것은 t 기에 용도지역제 실시 이후 토지를 구입하였으므로 $l_{2,t}^m$ 의 m 에 대한 평균치가 $l_{2,t}^R$ 과 같기 때문임).

用途地域制를 통해 생산용지면적이 양 경제에서 일치하므로 산출 또한 일치하게 된다. 산출의 처분을 일치시키기 위해 조세수단을 도입한다. 즉 老年層 財產所得 및 財產價値에 대해 τ_{1t} , 消費財價格에 대해 τ_{2t} 율로 각각 과세하는데 과세분은 모두 유년층에게 lump-sum 형태로 이전된다(τ_{1t} , τ_{2t} 가 $(-)$ 이면 노년층과 소비재구입에 대해 보조금을 지불하는 것이 된다).⁴⁾

이하에서 보듯이 조세부과 이후에도 시장배분과 계획가배분에서 유년층 소비의 노년층 소비에 대한 비중이 유년층 택지수요의 노년층 택지수요에 대한 비중과 같으므로(즉, $c_{yt} / c_{ot} = l_{yt} / l_{ot}$, $c_{yt}^* / c_{ot}^* = l_{yt}^* / l_{ot}^*$) 조세부과로 인해 산출의 처분이 일치하면 택지의 계층 간 배분 또한 양 경제에서 일치하므로 t 기에 있어 모든 배분이 일치된다. 이하에서는 이 같은 정책하에서의 개인의 행동 및 시장균형조건을 살펴보자.

4) 생산용지면적을 계획가배분과 일치시키기 위해 용도지역제 대신 생산용지대대에 대해 과세(또는 보조금을 지불)하고 산출의 처분과 택지의 계층 간 배분을 일치시키기 위해 본 논문에서와 같은 조세수단을 사용하여도 양 배분이 일치될 수 있음을 밝혀 둔다. 실제로 토지세제보다 용도지역제가 널리 활용되는 것은 토지시장에 영향을 줄 정도로 차별적인(여타 세율과 상이한) 토지세제를 사용하기 어려운 현실을 반영하는 것으로 생각된다(본 논문에서 사용된 토지관련 세율은 여타 소득세율이나 재산세율과 동일함).

3. 政策效果

(1) 幼年層

노년층에 대한 소득세율과 재산세율을 τ_{1t} , 소비세율을 τ_{2t} , 노년층 과세분 및 소비세의 유년층에 대한 lump-sum 이전액을 각각 s_{1t} , s_{2t} 라 하면 유년층 개인 m 의 극대화 문제는 다음과 같다(단, $s_{1t} = \{\sum_{j=1}^2 (p_{jt} + r_{jt})l_{jt}^R + (1+i_t)k_t\}\tau_{1t}$, $s_{2t} = (c_{yt}^* + c_{ot}^*)\tau_{2t}$ 임)

$$\begin{aligned} \max & u(c_{yt}^m, l_{yt}^m) + u(c_{ot+1}^m, l_{ot+1}^m) / (1 + \theta) \\ \text{s.t. } & w_t + s_{1t} + s_{2t} = (1 + \tau_{2t})c_{yt}^m + r_{1t}l_{yt}^m + p_{1t}l_{1t}^m + p_{2t}l_{2t}^m + k_{t+1}^m \text{ 및} \\ & [(p_{1t+1} + r_{1t+1})l_{1t+1}^m + (p_{2t+1} + r_{2t+1})l_{2t+1}^m + k_{t+1}(1 + i_{t+1})] \cdot (1 - \tau_{1t+1}) \\ & = (1 + \tau_{2t+1})c_{ot+1}^m + r_{1t+1}l_{ot+1}^m. \end{aligned}$$

여기서 l_{1t+1}^m , l_{2t+1}^m 은 (28)식을 따르며 극대화를 위한 1계조건을 도출하면 다음과 같다.

$$r_{1t}u_1(c_{yt}^m, l_{yt}^m) - u_2(c_{yt}^m, l_{yt}^m) \cdot (1 + \tau_{2t}) = 0. \quad (29)$$

$$r_{1t+1}u_1(c_{ot+1}^m, l_{ot+1}^m) - u_2(c_{ot+1}^m, l_{ot+1}^m) \cdot (1 + \tau_{2t+1}) = 0. \quad (30)$$

$$\begin{aligned} (1 + \tau_{2t+1}) \cdot u_1(c_{yt}^m, l_{yt}^m) - (1 + \tau_{2t}) \cdot (1 - \tau_{1t+1}) \cdot (1 + i_{t+1}) \cdot u_1(c_{ot+1}^m, l_{ot+1}^m) / \\ (1 + \theta) = 0. \end{aligned} \quad (31)$$

$$p_{1t}(1 + i_{t+1}) = (p_{1t+1} + r_{1t+1}). \quad (32)$$

$$p_{2t}(1 + i_{t+1}) = -(p_{1t+1} + r_{1t+1})\Delta_{t+1} / l_{2t}^R + (p_{2t+1} + r_{2t+1})(1 + \Delta_{t+1} / l_{2t}^R). \quad (33)$$

(29)-(31)식은 (1)-(3)식에 대응되며 (32), (33)식은 用途地域制하에서 성립하는 토지자산시장별 裁定條件인데 이들 조건하에서 $(p_{1t}l_{1t}^m + p_{2t}l_{2t}^m) \cdot (1 +$

$i_{t+1}) = (p_{1t+1} + r_{1t+1}) \cdot l_{1t+1}^m + (p_{2t+1} + r_{2t+1}) \cdot l_{2t+1}^m$, all m 이 성립하므로 개인의 저축액은 $(1+i_{t+1})$ 의 비율로 증가한다. 즉 개인 m 이 저축수단인 토지자산과 자본재 구입량을 어떻게 정하든 자산액은 $(1+i_{t+1})$ 배 증가하므로 각 개인의 저축액은 $\sum_{j=1}^2 p_{jt} l_{jt}^R + k_{t+1}$ 과 동일하게 된다. 따라서 소비와 택지서비스 각각에 대한 개인별 수요 또한 동일하게 되는데 유년층의 소비재와 택지에 대한 지출을 구하면 다음과 같다.

$$c_{yt} = \alpha(1+\theta)(w_t + s_{1t} + s_{2t}) / \{(2+\theta)(1+\tau_{2t})\}. \quad (34)$$

$$r_{1t} l_{yt} = \beta(1+\theta)(w_t + s_{1t} + s_{2t}) / (2+\theta). \quad (35)$$

개인별 토지자산 구입량이 상이하더라도 1인당 용도별 평균 토지자산 구입량은 l_{1t}^R, l_{2t}^R 이므로 저축 중 자본재 구입에 지출되는 부분은 다음과 같다.

$$(w_t + s_{1t} + s_{2t}) / (2+\theta) - \sum_{j=1}^2 p_{jt} l_{jt}^R = k_{t+1}. \quad (36)$$

(2) 老年層

노년층 개인 n 의 극대화 문제는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \max u(c_{\alpha}^n, l_{\alpha}^n) / (1+\theta) \\ \text{s.t. } & \left\{ \sum_{j=1}^2 (p_{jt} + r_{jt}) l_{jt}^n + (1+i_t) k_t^n \right\} \cdot (1-\tau_{1t}) = (1+\tau_{2t}) c_{\alpha}^n + r_{1t} l_{\alpha}^n. \end{aligned}$$

극대화를 위한 1계조건을 도출하면 다음과 같다.

$$r_{1t} u_1(c_{\alpha}^n, l_{\alpha}^n) - u_2(c_{\alpha}^n, l_{\alpha}^n) \cdot (1+\tau_{2t}) = 0. \quad (37)$$

$$\left\{ \sum_{j=1}^2 (p_{jt} + r_{jt}) l_{jt}^n + (1+i_t) k_t^n \right\} \cdot (1-\tau_{1t}) = (1+\tau_{2t}) c_{\alpha}^n + r_{1t} l_{\alpha}^n. \quad (38)$$

이 두 식은 각각 (6), (7)식에 대응된다. $t=0$ 일 때 노년인 각 개인이 보유한 토지와 자본량이 동일하다고 가정하면 매기 노년 각 개인의 예산총액이 $\sum_{j=1}^2 (p_{jt} + r_{jt})l_{jt}^R + (1+i_t)k_t$ 와 동일하므로 소비와 택지수요는 모든 개인에 대해 동일한데 노년층의 소비 및 택지에 대한 지출을 구하면 다음 (39), (40)식과 같다. 또한 이하에서는 노년층 예산제약으로 아래의 (38)' 식을 사용한다.

$$c_{\alpha} = \alpha \left\{ \sum_{j=1}^2 (p_{jt} + r_{jt})l_{jt}^R + (1+i_t)k_t \right\} \cdot (1-\tau_{1t}) / (1+\tau_{1t}). \quad (39)$$

$$r_{1t}l_{\alpha} = \beta \left\{ \sum_{j=1}^2 (p_{jt} + r_{jt})l_{jt}^R + (1+i_t)k_t \right\} \cdot (1-\tau_{1t}). \quad (40)$$

$$\left\{ \sum_{j=1}^2 (p_{jt} + r_{jt})l_{jt}^R + (1+i_t)k_t \right\} \cdot (1-\tau_{1t}) = (1+\tau_{2t})c_{\alpha} + r_{1t}l_{\alpha}. \quad (38)'$$

(3) 企業

1인당 生産用地規模가 $l_{2t} = l_{2t}^R$ 로 외생적으로 주어지므로 기업의 극대화 행동은 다음과 같다: $\max \pi_t = N[f(k_t, l_{2t}^R) - i_t k_t - r_{2t} l_{2t}^R - w_t]$. 이윤극대화를 위한 1계조건은 다음 (8)', (10)'식과 같은데 l_{2t}^R 이 정책적으로 주어질 경우 생산용지 지대 r_{2t} 가 (9)'식에 의해 결정된다.

$$\partial \pi_t / \partial K_t = f_k(k_t, l_{2t}^R) - i_t = 0. \quad (8)'$$

$$\partial \pi_t / \partial N = f(k_t, l_{2t}^R) - i_t k_t - r_{2t} l_{2t}^R - w_t = 0. \quad (10)'$$

$$f_l(k_t, l_{2t}^R) = r_{2t}. \quad (9)'$$

(4) 市場均衡條件, 地價 및 課稅率의 결정

用途地域制를 통해 생산용지면적이 양경제에서 일치하므로 산출 또한 일치하며, 이 때 (8)', (9)', (10)'식으로부터 i_t , r_{2t} , w_t 가 결정되는데 택지지대인

r_u 는 택지서비스시장 균형식으로부터 도출된다. 택지서비스시장을 살펴보면 매기 유년층과 노년층 택지수요의 합($l_y + l_o$)이 정부에 의해 배분된 택지량(l_u^R)과 같을 때 균형이 된다. 즉

$$\beta(1+\theta)(w_t + s_u + s_d) / \{(2+\theta)r_u\} + \beta \left\{ \sum_{j=1}^2 (p_{jt} + r_{jt})l_{jt}^R + (1+i_t)k_t \right\} \cdot (1 - \tau_u) / r_u = l_u^R. \quad (41)$$

이하에서는 과세실시 이후 산출의 처분이 일치하여 $c_y = c_y^*$, $c_o = c_o^*$ 및 $k_{t+1} = k_{t+1}^*$ 가 성립되었다고 보고 이 때 적용된 과세율을 찾고자 한다. 만일 적절한 과세율을 찾을 수 있다면 과세로 인해 산출의 처분이 일치하게 된다. 산출이 양 경제에서 동일하므로 c_y , c_o , k_{t+1} 중 어느 둘만 일치하면 처분이 일치하는데 여기서는 $c_y = c_y^*$, $k_{t+1} = k_{t+1}^*$ 두 식을 이용한다.

$$\textcircled{1} \quad c_y = \alpha(1+\theta)(w_t + s_u + s_d) / \{(2+\theta)(1+\tau_u)\} = c_y^*.$$

(36)식에서 $(w_t + s_u + s_d) = \left\{ \sum_{j=1}^2 p_{jt} l_{jt}^R + k_{t+1}^* \right\} (2+\theta)$ 가 되므로 택지와 생산용지의 균형지가 p_u , p_d 가 주어지면 τ_u 가 결정된다. 즉 $\tau_u = \alpha(1+\theta) \left\{ \sum_{j=1}^2 p_{jt} l_{jt}^R + k_{t+1}^* \right\} / c_y^* - 1$. 이 때 (34), (39)식 및 (41)식으로부터 $r_u = \beta(1+\tau_u) \cdot (c_y^* + c_o^*) / (\alpha l_u^R)$ 로 결정된다.

$$\textcircled{2} \quad k_{t+1} = (w_t + s_u + s_d) / (2+\theta) - \sum_{j=1}^2 p_{jt} l_{jt}^R = k_{t+1}^*$$

여기서 $s_u = \left\{ \sum_{j=1}^2 (p_{jt} + r_{jt})l_{jt}^R + (1+i_t)k_t \right\} \tau_u$ 이므로 $\tau_u = [(2+\theta) \left\{ \sum_{j=1}^2 p_{jt} l_{jt}^R + k_{t+1}^* \right\} - w_t - s_d] / \left\{ \sum_{j=1}^2 (p_{jt} + r_{jt})l_{jt}^R + (1+i_t)k_t \right\}$ 로 결정된다.

따라서 p_u , p_d 가 주어지면 산출의 처분일치를 위한 과세율을 찾을 수 있음이 확인되었다. 그런데 시장경제에서 $l_y / l_o = c_y / c_o$ 가 성립하고, 계획가경제에서도 $l_y^* / l_o^* = c_y^* / c_o^*$ 가 성립하며 또한 용도지역제로 $l_y + l_o = l_u^R = l_y^* + l_o^*$ 이므로 $l_y = l_y^*$, $l_o = l_o^*$ 가 성립한다. 따라서 t 기에 있어 양 경제의 배분이 모두 일치하게 된다.

이 때 자본재의 공급은 $f(\cdot) + k_t - c_y - c_o$ 이며 자본재에 대한 수요는 w_t

$+s_{1t}+s_{2t}-(1+\tau_{2t})c_{yt}-r_{1t}l_{yt}-\sum_{j=1}^2 p_{jt}l_{jt}^R$ 인데 $f(\cdot)$ 를 $i_t k_t+r_{2t}l_{2t}^R+w_t$ 로 대치하고 노년층 예산제약 (38)' 식을 이용하면 양자가 항상 같음을 확인할 수 있다. 또한 자본재의 공급은 상품공급에서 소비수요를 뺀 것이고 자본재에 대한 수요는 투자수요이므로 자본재시장이 균형이면 상품시장도 균형을 알 수 있다.

한편 주어진 p_{1t}, p_{2t} 하에서 토지자산에 대한 수요 $w_t+s_{1t}+s_{2t}-(1+\tau_{2t})c_{yt}-r_{1t}l_{yt}-k_{t+1}$ 이 $\sum_{j=1}^2 p_{jt}l_{jt}^R$ 인데 $(w_t+s_{1t}+s_{2t}-(1+\tau_{2t})c_{yt}-r_{1t}l_{yt}-k_{t+1})$ 에서 k_{t+1} 을 $f(\cdot)+k_t-c_{yt}-c_{at}$ 로 대치할 경우에도 노년층의 예산제약을 이용하면 토지자산에 대한 수요는 $\sum_{j=1}^2 p_{jt}l_{jt}^R$ 임) 용도별 토지자산공급이 각각 l_{1t}^R, l_{2t}^R 이므로 토지자산시장은 균형이다. 따라서 t 기 지가는 불결정적이다.

$(t+1)$ 기에 있어서 $k_{t+1}=k_{t+1}^*, l_{at+1}=l_{at+1}^*$ 이므로 $(t+1)$ 기 산출(=계획가경제의 산출과 동일), r_{2t+1}, i_{t+1} 및 w_{t+1} 등이 결정된다. 이 때 산출의 처분 및 택지의 계층 간 배분이 양경제에서 일치되도록 하는 과세율, 지가 p_{1t+1}, p_{2t+1} 및 택지지대 r_{1t+1} 등이 어떻게 결정되는가를 확인해 보자.

이것을 위해 우선 (33)식의 우변에서 $(p_{1t+1}+r_{1t+1})$ 을 (32)식의 $p_{1t}(1+i_{t+1})$ 로 대치하면 p_{2t+1} 이 결정된다. 즉 $p_{2t+1}=(1+i_{t+1})\cdot(p_{1t}\Delta_{t+1}/l_{2t}^R+p_{2t})\cdot(1+\Delta_{t+1}/l_{2t}^R)^{-1}-r_{2t+1}$. 또한 p_{1t+1}, r_{1t+1} 은 (32)식과 (41)식을 이용하여 구할 수 있는데 우선 (34), (39)식을 이용하면 (41)식은 다음과 같이 된다. $r_{1t+1}=\beta(1+\tau_{2t+1})\cdot(c_{yt+1}^*+c_{at+1}^*)/(\alpha l_{1t+1}^R)$. 여기서 τ_{2t+1} 을 $\alpha(1+\theta)\{\sum_{j=1}^2 p_{jt+1}l_{jt+1}^R+k_{t+2}^*\}/c_{yt+1}^*-1$ 로 대치하면 이 식이 (32)식과 같이 p_{1t+1}, r_{1t+1} 의 함수가 되는데 두 식에서 p_{1t+1}, r_{1t+1} 의 계수행렬의 determinant가 $1+\beta(1+\theta)(c_{yt+1}^*+c_{at+1}^*)/c_{yt+1}^*>0$ 이므로 두 식으로부터 p_{1t+1}, r_{1t+1} 의 값이 결정됨을 알 수 있다.

끝으로 과세율에 대해 살펴보면 우선 ①에서 $\tau_{2t+1}=\alpha(1+\theta)\{\sum_{j=1}^2 p_{jt+1}l_{jt+1}^R+k_{t+2}^*\}/c_{yt+1}^*-1$ 이므로 p_{1t+1}, p_{2t+1} 가 주어지면 τ_{2t+1} 가 결정된다. 또한 ②에서 $\tau_{1t+1}=[(2+\theta)\{\sum_{j=1}^2 p_{jt+1}l_{jt+1}^R+k_{t+2}^*\}-w_{t+1}-s_{2t+1}]/\{\sum_{j=1}^2 (p_{1t+1}+r_{1t+1})l_{jt+1}^R+(1+i_{t+1})k_{t+1}^*\}$ 로 결정된다. 따라서 $(t+1)$ 기에도 배분일치를 위한 과세율이 결정됨을 확인하였다. $(t+2)$ 기 이후에는 $(t+1)$ 기에서와 같은 방식으로 배분일치를 위한

과세율을 구할 수 있다.

V. 맺음말

이상과 같이 본 논문에서는 重疊世代模型을 이용하여 用途地域制가 財産稅, 消費稅 등 조세수단과 더불어 실시될 경우 시장배분이 계획가배분과 일치하도록 조정될 수 있음을 보였다. 즉 이 제도가 시장실패의 교정수단 이외에도 시장에서의 일반적 자원배분을 조정하기 위한 수단으로써 활용될 수 있음을 보인 것인데 이 같은 결과는 용도지역제와 관련된 지금까지의 논의가 주로 市場失敗에 국한되어 있는 미비점을 보완한 것이라고 사료된다.

參 考 文 獻

1. 金正浩, 『韓國의 土地利用規制』, 한국경제연구원, 1994.
2. Alonso, W., *Location and Land Use*, Cambridge, Harvard University Press, 1964.
3. Crone, T. M., "Elements of an Economic Justification for Municipal Zoning", *Journal of Urban Economics*, Vol. 14, 1983, pp. 168-183.
4. Diamond, P., "National Debt in a Neoclassical Growth Model", *American Economic Review*, Vol. 55, 1965, pp. 1126-1150.
5. Fischel, W. A., "Zoning, Nonconvexities, and T. Jack Foster's City", *Journal of Urban Economics*, Vol. 35, 1994, pp. 175-181.
6. Gardner, B. D., "The Economics of Agricultural Land Preservation", *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 59, Dec. 1977, pp. 1027-1036.
7. Jud, G. D., "The Effects of Zoning on Single-Family Residential Property Values", *Land Economics*, Vol. 56, May 1980, pp. 143-154.
8. Lopez, R. A., F. A. Shah and M. A. Altobello, "Amenity Benefits and the Optimal Allocation of Land", *Land Economics*, Vol. 70, Feb. 1994, pp. 53-62.
9. Mills, E. S., "An Aggregative Model of Resource Allocation in a Met-

- ropolitan Area", *American Economic Reviews*, Vol. 57, 1967, pp. 197-210.
10. Muth, R. F., *Cities and Housing*, Chicago, University of Chicago Press, 1969.
 11. Samuelson, P. A., "The Two-Part Golden Rule Deduced as the Asymptotic Turnpike of Catenary Motions", *Western Economic Journal*, Vol. 6, 1968.
 12. Wheaton, W. C., "Urban Residential Growth under Perfect Foresight", *Journal of Urban Economics*, Vol. 12, 1982, pp. 1-21.

〈附 錄〉

1. 변수들의 초기값이 주어진 경우 여러 代案經路(admissible paths) 중 最適經路하에서의 필요조건을 도출할 수 있는데 이 조건은 이산적 시간에서의 Euler 방정식이 된다(Samuelson(1968), 4절 참조). 1계조건 (20)-(24)식이 Euler 방정식임을 보이면 다음과 같다.

자본스톡, 택지수요 및 소비수요의 최적경로를 k_t^* , l_{yt}^* , l_{at}^* , c_{at}^* 라 하자. 초기조건을 만족시키는 대안경로를 k_t , l_{yt} , l_{at} , c_{at} 라 하고 $k_t^* - k_t = a\alpha_t$, $l_{yt}^* - l_{yt} = b\beta_t$, $l_{at}^* - l_{at} = c\gamma_t$, $c_{at}^* - c_{at} = d\delta_t$ 라 놓으면, $\max S = \sum_{t=0}^{\infty} Y(a, b, c, d)$ 로 놓을 수 있다. l_{yt} , l_{at} , c_{at} 가 최적경로일 경우(즉 $b=c=d=0$) k_t 가 최적경로이면 Y 는 $a=0$ 일 때 극대화되므로 $\partial Y(a=b=c=d=0) / \partial a = 0$ 이 성립한다. 즉

$$\begin{aligned} \partial Y(a=b=c=d=0) / \partial a &= (1+R)^{-1} u_1(c_{y0}, l_{y0}) \cdot \alpha_1 \\ &\quad - (1+R)^{-2} u_1(c_{y1}, l_{y1}) \cdot \{f_1(k_1, l_{e1}) + 1\} \cdot \alpha_1 \\ &\quad + (1+R)^{-2} u_1(c_{y1}, l_{y1}) \cdot \alpha_2 \\ &\quad - (1+R)^{-3} u_1(c_{y2}, l_{y2}) \cdot \{f_1(k_2, l_{e2}) + 1\} \cdot \alpha_2 + \dots = 0, \\ &\text{for all } \alpha_1, \alpha_2, \dots (\alpha_0=0). \end{aligned}$$

$a=b=c=d=0$ 이므로 여기서의 k_t , l_{yt} , l_{at} , c_{at} 는 각각 k_t^* , l_{yt}^* , l_{at}^* , c_{at}^* 를 표시한다. k_t 가 최적경로일 필요조건은 다음과 같다.

$$\textcircled{1} u_1(c_{yt-1}, l_{yt-1}) - (1+R)^{-1} u_1(c_{yt}, l_{yt}) \cdot \{f_1(k_t, l_{et}) + 1\} = 0, \quad t \geq 1.$$

$$\textcircled{2} \lim_{t \rightarrow \infty} (1+R)^{-t} u_1(c_{yt}, l_{yt}) = 0.$$

그런데 ①식은 (23)식과 같고 ②식은 transversality 조건이다. (20)-(22)식도 동일한 방법으로 구할 수 있다.

2. (19)'식으로부터 $k_{t+1} = f(k_t, l_{et}) + k_t - (\alpha/\beta) f_2(k_t, l_{et}) \cdot (l - l_{et}) = x(k_t, l_{et})$ 라 놓고 x 의 k_t , l_{et} 에 대한 미분값을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}x_1 &= f_{(t)1} + 1 - (\alpha/\beta) f_{(t)21} \cdot (l - l_{et}), \\x_2 &= f_{(t)2} - (\alpha/\beta) \{f_{(t)22} \cdot (l - l_{et}) - f_{(t)2}\}.\end{aligned}$$

(여기서 $f_{(t)i} \equiv f_i(k_t, l_{et})$, $f_{(t)ij} \equiv f_{ij}(k_t, l_{et})$)

(23)'식으로부터

$$\{f_{(t+1)1} + 1\} f_2 \cdot (l - l_{et}) - (1+R) \cdot f_{(t+1)2} \cdot (l - l_{et+1}) \equiv Q(l_{et+1}, k_t, l_{et})$$

라 놓고 Q를 l_{et+1} 에 대해 미분하면,

$$Q_1 = f_{(t+1)12} \cdot \{f_{(t)2} \cdot (l - l_{et})\} - (1+R) \cdot \{f_{(t+1)22} \cdot (l - l_{et+1}) - f_{(t+1)2}\} > 0$$

이므로 l_{et+1} 은 k_t, l_{et} 의 함수가 된다. 따라서 $l_{et+1} = y(k_t, l_{et})$ 라 놓자(여기서 $f_{(t+1)i} \equiv f_i(k_{t+1}, l_{et+1})$, $f_{(t+1)ij} \equiv f_{ij}(k_{t+1}, l_{et+1})$).

Q를 k_t, l_{et} 에 대해 각각 미분하면,

$$\begin{aligned}Q_2 &= f_{(t+1)11} \cdot \{f_{(t)2} \cdot (l - l_{et})\} x_1 + \{f_{(t+1)1} + 1\} \cdot f_{(t)21} \cdot (l - l_{et}) - (1+R) \cdot \\&\quad f_{(t+1)21} \cdot (l - l_{et+1}) \cdot x_1, \\Q_3 &= f_{(t+1)11} \cdot f_{(t)2} \cdot (l - l_{et}) x_2 + \{f_{(t+1)1} + 1\} \cdot \{f_{(t)22} \cdot (l - l_{et}) - f_{(t)2}\} - \\&\quad (1+R) \cdot f_{(t+1)21} \cdot (l - l_{et+1}) \cdot x_2.\end{aligned}$$

따라서 y 의 k_t, l_{et} 에 대한 미분값은 다음과 같다.

$$y_1 = -Q_2/Q_1, \quad y_2 = -Q_3/Q_1.$$

(19)', (23)'식을 균형점(k^-, l_e^-) 주위에서 線形化하자.

$$\begin{aligned}k_{t+1} - k^- &= x_1(k_t - k^-) + x_2(l_{et} - l_e^-), \\l_{et+1} - l_e^- &= y_1(k_t - k^-) + y_2(l_{et} - l_e^-).\end{aligned}$$

연립차분방정식체계의 特性方程式은 다음과 같다.

$$\varphi(v) = v^2 - (x_1 + y_2) \cdot v + x_1 y_2 - x_2 y_1.$$

steady state 균형점에서 변수들의 부호는 다음과 같다.

$$x_1 = f_1 + 1 - (b\alpha/\beta)f_{21} \cdot (l - l_e^-) = 1 > 0 \quad (\because l - l_e^- = \{\beta/(b\alpha + \beta)\}l),$$

$$x_2 = f_2 - (b\alpha/\beta) \cdot \{f_{22} \cdot (l - l_e^-) - f_2\} > 0,$$

$$Q_1 = f_{12} \cdot f_2(l - l_e^-) - (1+R) \cdot \{f_{22} \cdot (l - l_e^-) - f_2\} > 0,$$

$$Q_2 = f_{11} \cdot f_2(l - l_e^-) < 0 \quad (\because x_1 = 1),$$

$$Q_3 = f_{11} \cdot f_2(l - l_e^-) \cdot x_2 + (f_1 + 1) \cdot \{f_{22} \cdot (l - l_e^-) - f_2\} \\ - (1+R)f_{21} \cdot (l - l_e^-) \cdot x_2 < 0.$$

$$(\text{여기서 } f_i \equiv f_i(k^-, l_e^-), f_{ij} \equiv f_{ij}(k^-, l_e^-))$$

이 때 $\varphi(0) = x_1 y_2 - x_2 y_1 = \{-Q_3 + Q_2 x_2\} / Q_1 = [-(f_1 + 1) \cdot \{f_{22} \cdot (l - l_e^-) - f_2\} + (1+R)f_{21} \cdot (l - l_e^-) \cdot x_2] / Q_1 > 0$ 이며 $\varphi(1) = -x_2 y_1 = x_2 Q_2 / Q_1 < 0$ 이므로 $\varphi(v)$ 는 $(0, 1)$, $(1, \infty)$ 구간에서 각각 1개의 근을 갖는다. 따라서 steady state 균형점 근방에 균형점으로서의 收斂經路가 존재함을 알 수 있다.