席次制度의 非效率性에 대한 經濟學的 分析*

金聖泰 · 朴主鉉 · 韓光爽 · 洪鍾學**

논 문 초 록 :

석차제도는 상대적인 성과에 따라 자원을 배분하는 제도이다. 직급에 따라 결정되는 임금구조가 석차제도의 대표적인 사례이다. 그 외에도 입시제도, 각종 자격시험이나 선발제도 등과 같이 여러 분야에서 석차제도가 사용되고 있다. 본 연구에서는 석차제도하에서 참여자의 전략적 행동과 그에 따라 투하되는 노력수준을 분석하였다. 상금구조에 따라 투하되는 노력수준을 분석하였는바, 균형에서 기대노력 수준이 최하위의 상금에 의해 결정된다는 결과는 주목할 만하다. 추가적으로 단일석차제도와 다단계석차제도를 비교 · 분석하여 투하되는 노력수준에 차이가 없음을 보였다.

핵심주제어 : 석차제도
경제학문헌목록 주제분류 : C7

I. 序 論

본 논문은 한국의 사회구조를 이해하기 위한 도구의 하나로서 석차제도의 중요성을 인식하고 그 특성 및 문제점에 대하여 분석하고자 한다. 석차제도는 흔히 운동경기에서와 같이 일정한 포상을 정해 놓고 경기를 벌인 후 상대적인 성과에 따라 그 포상을 나누어 갖는 제도를 의미한다. 석차제도는 운동경기 이외의 분야에서도 폭넓게 사용되고 있는데, 한국 사회에서 끊임없는 논란의 대상이 되어 온 대학입학 시험제도도 석차제도의 전형적인 한 형태이다. 한국의 대학입시제도는 현재까지 많은 시행착오를 범하고 개선되어 왔으나 수험생의 석차에 의해 학생을 각 대학에 배분하는 제도라는 점에 있어서는 근본적으로

* 이 논문은 1996년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음.
** 청주대학교 경제학과, 한국국방연구원, 한국경제연구원, 경원대학교 경제학과.

동일한 석차제도라고 할 수 있다. 단지 각 입시제도의 차이점이 있다면 그것은 수험생의 석차를 정하는 방법인데, 이처럼 석차를 결정하는 방법에 대하여 많은 논의가 이루어진 반면에 석차제도로 인한 문제의 인식과 해결에 대하여는 연구가 미흡하였다.

또한 일반기업을 비롯한 각종 조직에서의 승진과 임금의 결정과정 역시 석차제도를 활용하고 있다. 승진의 경우 대부분 이미 대상인원이 정해진 후 후보자들에 대하여 고과점수를 평가하고 그 석차에 따라 승진기회를 부여하며, 임금은 직급이나 호봉에 따라 지불하는 것이 일반적인데 이는 사실상 석차제도에 따라 임금을 지불하는 것과 같은 것이다. 문제는 이러한 제도가 과연 기업과 개인에게 모두 최상인 가장 효율적인 승진·보수체계인가라는 점이다. 과연 어떠한 경우에 이러한 제도가 효율적일 수 있는가를 이해할 필요가 있다.

이 방면의 선구적인 연구라 할 수 있는 Lazear and Rosen(1981)은 두 사람 사이에 적용되는 석차제도를 분석하여 대리인이 위험중립적(risk-neutral)이라면 생산성에 따라 임금을 지불하는 경우와 동일하게 효율성이 있음을 보였다. 그러나 위험회피적(risk-averse)이라면 석차제도하에서 대리인들이 더 적은 노력만을 투하할 것이지만, 대리인들이 공동의 위험(common risk)에 직면할 때는 석차제도가 이 위험이 대리인들에게 영향을 미치지 않기 때문에 오히려 효율적임을 보인 바 있다. 이러한 결과를 일반화하여 Green and Stokey (1983)는 다수의 대리인이 참여하는 석차제도의 효율성을 보였다.

이러한 연구에서는 현실에서 석차제도가 이용되는 이유를 파악하는 것이 주된 관심사였기 때문에 석차제도의 효율성을 파악하는 데 주력하였다. 이러한 연구결과를 바탕으로 현실에서 대리인의 성과를 평가하는 데 있어 그 절대액을 평가하는 것보다 상대적인 석차만을 평가하는 것이 쉬울 경우, 즉 평가비용이 적게 들어가는 경우에는 석차제도가 사용될 것임을 밝힌 것이다. 주된 관심사가 그러했기에 2인만이 참여하는 경우가 분석되거나, 다수가 참여하는 경우에도 참여자들 사이의 전략적 행동에 대한 분석보다는 오히려 그 결과의 효율성에만 관심이 두어졌다.

반면 본 연구에서는 석차제도하에서 참여자의 전략적 행동과 그에 따라 투하되는 노력수준 등의 분석에 초점을 두고 이를 위한 이론적 모형으로서 경매모형을 선택하였다. 우리가 선택한 경매모형은 특수한 형태로서 하나의 상품이 아닌 다수의 상품을 놓고 경쟁하는 모형으로서 이러한 경매모형은 석차제

도의 속성을 지니고 있기 때문이다.

즉, 일반적인 경매가 하나의 상품을 놓고 벌이는 경쟁이라면 석차제도는 다수의 상품을 놓고 경쟁하는 것으로 볼 수 있다. 물론 일반경매에서는 우승자가 상품을 취득하는 대가로 현금을 지불하고 나머지 참여자는 지불을 하지 않지만, 본 경매에서는 모든 참여자가 노력 또는 현금에 의한 순서에 의해 석차가 결정되며 그에 따라 상금을 받는다는 차이가 있다. 따라서, 이러한 경매모형은 석차제도의 특성을 설명해 줄 수 있다고 보이며, 일반경매모형을 어떤 의미에서는 일반화하였다고도 생각된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제Ⅱ절에서는 석차제도를 고려한 단순한 경매모형을 제시하고 이 모형의 균형을 살펴보고자 한다. 이러한 분석을 기초로 제Ⅲ절에서는 다단계모형을 분석하고자 한다. 다단계모형은 한 번에 석차를 정해 상금을 지급하는 대신 다단계로 구분하여 최종적인 단계에서 상금을 지급하는 방법이다. 가령 교육의 예를 살펴보면, 사전에 우열반을 나누고 그 나누어진 반에서 다시 석차를 매기는 경우와 같다. 끝으로 제Ⅳ절에서는 결론을 맺고 향후 연구방향을 제시하고자 한다.

Ⅱ. 모 형

석차제도의 문제점 및 효과를 분석하기 위한 모형으로서 다음과 같은 경매(auction)모형을 살펴보기로 하자. 본 모형은 경매를 주관하며 상금배분의 규칙을 결정하는 주인 1명과 경매에 참여하는 n명의 선수들(players)로 구성되어 있다. 경매에 참여하는 모든 선수들은 동일한 유형(type)이며 위험중립적(risk-neutral)이라고 가정한다.

본 모형에서의 게임의 규칙은 다음과 같다.

(1) 주인은 먼저 석차에 따른 상금 배분규칙(R)을 제시한다. 상금 배분규칙은 선수들의 노력투하(e)에 따라 결정되는 성적의 상대적 평가인 석차에 따라 $w_1, w_2, \cdots\cdots, w_j, \cdots\cdots, w_n$의 상금을 지불한다. 선수들의 석차가 j, k인 경우 $j < k$이면 $w_j > w_k$이다. 편의상 선수들에게 수여하는 상금의 평균을 $\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} w_j = \overline{w}$로 정의한다.

(2) 선수들은 이러한 상금배분의 규칙을 알고 비공개로 동시에 노력을 선택한다. 노력에는 고통, 즉 비용을 수반한다.

(3) 선수들이 선택한 노력에 따라 순위가 결정되며, 정해진 규칙에 따라 상금이 지불된다. 만약 여러 선수가 선택한 노력수준이 같을 경우에는 동일한 기대상금을 얻는다.[1)]

이러한 경우 선수들은 가능한 높은 석차를 얻기 위해 경쟁을 할 것이다. 그러나 높은 석차를 얻기 위한 비용이 너무 크게 될 경우 선수들은 높은 석차를 받는 것을 포기하게 될 것이다.

이 게임은 통상적인 경매게임과는 달리 하나의 상품 대신 n개의 상품이 있는 경매이며, 따라서 모든 선수들이 제시하는 입찰가격을 모두 지불해야 한다는 점에서 차이가 있다.

논의의 편의상 다음과 같은 효용함수를 가정하기로 한다.

$$\text{선수 } i\text{의 효용함수: } U[R_i(\boldsymbol{e}), e_i] = R_i - e_i$$

여기서 $R_i(\boldsymbol{e})$는 모든 선수들의 노력이 $\boldsymbol{e}=(e_1, \cdots, e_i, \cdots, e_n)$일 경우 선수 i의 상금을 의미하며 노력 e의 아래첨자는 개별 선수를 의미한다. 이러한 선수의 효용함수는 한 선수의 절대적 노력수준보다는 다른 선수들의 노력수준과 비교한 상대적 수준이 보상을 결정하는 석차제도의 특성을 나타내고 있다. 또한 선수들은 높은 상품을 받을수록 효용은 높아지지만 노력을 하면 할수록 비용은 많이 드는 특성을 지니고 있다.

이러한 모형에서 내쉬균형(Nash equilibrium)은 어떻게 될 것인지를 살펴보기로 하자. 이해를 돕기 위해 가장 간단한 2인모형의 예를 먼저 살펴보고, n명의 모형을 분석해 보기로 한다.

[예] 2인모형의 경우

두 명의 선수가 다음과 같은 상품이 주어진 경매에 참여한다고 하자.

1등	2등
100원	30원

이 경우 각 선수들은 얼마를 적어 낼 것인가? 이 경매모형의 대칭적 내쉬균

1) 만약 k순위에서 2인이 동일한 노력수준을 선택하였을 경우, 각기 $\dfrac{w_k + w_{k+1}}{2}$ 을 받는다.

형을 찾아보기로 하자. 첫째, 어떤 선수이든지 0원을 적어 내면 최소한 2등을 하게 되어 30원의 상품을 타게 된다. 따라서, 선수들은 70원보다 많은 금액을 적어 내지는 않는다. 왜냐 하면, 70원보다 많이 적어 내면 1등을 한다고 해도 적어 낸 비용을 제하면 실제 소득은 30원보다 적기 때문이다. 따라서, 선수들은 0과 70 사이의 금액을 적어 내게 될 것이다.

둘째, 각 선수들은 순수전략(pure strategy)을 취하지 않는다. 왜냐 하면, 순수전략을 취하면 상대방은 그것보다 아주 적은 금액만 더 많이 적어 내도 1등을 할 수 있기 때문이다. 또한 2등을 할 바에는 0을 적어 내는 것이 유리하기 때문에 순수전략으로서 내쉬균형은 존재하지 않는다.

셋째, 특수한 순수전략에 양(+)의 확률을 부여하는 혼합전략은 택하지 않는다. 이는 순수전략만을 택하지 않는 논리와 마찬가지로 어떤 선수가 값 x원을 확률 p로 적어 냈다면, 상대방은 x보다 아주 약간 큰 값을 확률 p로 적어 내면 비용은 거의 무시할 정도로 작은 반면 1등할 확률은 적어도 p 이상 높아져 유리하게 된다. 따라서 선수들은 혼합전략을 [0, 70] 구간에 연속적인 확률분포 $F(e)$로 사용하게 된다.

이러한 결과를 바탕으로 본 예제의 균형을 찾아보자. 균형에서 선수 1의 기대효용은 다음과 같다.

$$(100-e)F(e) + (30-e)\{1-F(e)\} = k. \tag{1}$$

$(100-e)$는 선수 1이 e를 선택하여 1등하였을 때 얻는 효용이며, $F(e)$는 이 때의 확률, 즉 상대방의 선택이 e보다 작을 확률이다. 마찬가지로 $(30-e)$와 $\{1-F(e)\}$는 2등시 얻는 효용과 그 때의 확률을 나타낸다. 이 때의 기대효용을 k라고 하며, 혼합전략의 특성상 모든 e에 대해 항상 동일한 기대효용 k를 얻게 된다. 여기서 $F(0)=0$이며(어떤 특정한 값에 양의 확률을 부여하지 않으므로 가장 작은 값을 적어 내면 이길 확률이 0이다) 위의 식 (1)에 $e=0$을 대입하여 풀면 $k=30$을 얻는다.

$F(e)=1$을 식 (1)에 대입해 보면 $e=100-30$을 얻게 되어 $F(e)$의 분포구간이 [0, 70]임을 알 수 있다. 위 식 (1)을 $F(e)$에 대하여 풀면 다음과 같다.

$$F(e) = \frac{e}{100-30}.$$

따라서 본 예의 경우 선수들은 [0, 70] 사이에 혼합전략으로서 $F(e) = \frac{e}{100-30}$를 택하게 되며, 이 경우 선수들의 전략은 균등분포를 따르게 된다.

이러한 예에서 살펴 보았듯이 선수들은 제일 높은 상금과 제일 낮은 상금의 차인 [0, 70]을 구간으로 하는 연속된 혼합전략을 택하며, 기대효용은 제일 낮은 상금 30과 같다는 결과를 얻게 된다. 이러한 예를 n명의 경우로 확장하면 다음과 같은 정리를 얻게 된다.

[정리 1] $[0, w_1 - w_n]$ 사이의 구간에 분포하는 대칭적 혼합전략으로 구성된 유일한 균형이 존재하며, 균형에서 선수들의 기대효용은 w_n이다.

(증명)

단계 (1) 순수전략으로 구성된 균형은 존재하지 않는다.

균형을 구성하는 순수전략을 $e^* = (e_1^*, \cdots\cdots, e_i^*, \cdots\cdots, e_n^*)$라고 하자. 동일한 선수이기 때문에 노력을 크기순으로 재배열하였다고 편의상 가정하자. 이 경우 노력이 다 다른 경우 아래첨자는 바로 석차의 등수와 같다. 만약 i부터 j까지 동일한 노력을 들인 선수들이 있다고 가정하자. 즉, $i < j$이고 $e_i^* = e_j^*$라면, 선수 i부터 j까지 받는 상금의 기대값은 동일하며 그 값을 w'라고 하자. 이 경우 선수 i가 아주 적은 ε의 노력을 더 들이면 최소한 i등은 보장되므로 상금은 w_i 이상이 된다. 따라서, 효용은 최소한 $w_i - w' - \varepsilon$이 증가되므로 아주 적은 ε을 택하면 균형이 될 수 없음을 알 수 있다.

만약 모두 다른 노력을 들인 경우를 가정해 보자. 즉, $e_1^* > e_2^*$의 경우 선수 1은 e_1^*보다 작은 $\frac{e_1^* + e_2^*}{2}$의 노력을 들여도 1등을 할 수 있기 때문에 균형이 되지 못한다. 따라서, 순수전략으로 구성된 균형은 존재하지 않는다.

단계 (2) 순수전략에 양(+)의 확률을 부여하는 혼합전략으로 구성된 균형은 존재하지 않는다.[2)]

2) 순수전략에 양(+)의 확률을 부여하는 혼합전략균형이 없음은 균형에서 혼합전략을 구성하는 순수전략이 발생할 확률이 이산형 확률변수와 같이 질량(mass)을 가질 수는 없다는 것을 의미한다. 이는 주어진 혼합전략이 구사될 때 특정한 노력수준이 발생할 확률은 0이 된다는 것이다. 흔히 연속형 확률변수의 특정한 값이 발생할 확률은 0이라는 가정에 반하는 상황을 의미한다.

균형에서 선수들의 혼합전략을 p라 하자. e^*를 균형에서의 혼합전략을 구성하면서 $p(e^*)>0$인 순수전략이라고 하자. 이러한 선수 j의 전략에 대하여 선수 i가 p 대신 p'의 전략을 다음과 같이 택한다고 가정하자. $p'(e^*)=0$, $p'(e^*+\varepsilon)=p(e^*)$, $p'(e)=p(e)\ \forall e\neq e^*$. 이 경우 선수 i의 효용은 최소한 $(w_1-\overline{w}-\varepsilon)\{p(e^*)\}^n$ 만큼 증대된다. 따라서, 충분히 작은 ε을 택하면 양(+)의 확률을 부여하는 혼합전략은 균형이 될 수 없음을 알 수 있다.

단계 (3) 최종 증명

균형을 이루는 선수들의 혼합전략을 분포함수 $F(e)$로 나타내기로 한다. 혼합전략균형의 특성에 의해 균형에서 선수 i의 기대효용을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
(w_1-e)\{F(e)\}^{n-1} &+ {}_{n-1}C_1(w_2-e)\{F(e)\}^{n-2}\{1-F(e)\} \\
&+ {}_{n-1}C_2(w_3-e)\{F(e)\}^{n-3}\{1-F(e)\}^2+\cdots\cdots \\
&+ {}_{n-1}C_{k-1}(w_k-e)\{F(e)\}^{n-k}\{1-F(e)\}^{k-1}+\cdots\cdots \\
&+ {}_{n-1}C_{n-1}(w_n-e)\{1-F(e)\}^{n-1}=k. \qquad (2)
\end{aligned}
$$

(w_1-e)는 e를 제시하여 1등하였을 경우 얻는 효용이며, $\{F(e)\}^{(n-1)}$은 1등을 할 확률, 즉 상대방 $(n-1)$명이 모두 e보다 작게 제시하였을 경우의 확률이다. 마찬가지로 두 번째 항은 2등시 얻는 효용 (w_2-e)와 그 때의 확률인데, 한 명은 e보다 높게 제시할 확률이 $\{1-F(e)\}$이고, 다른 $n-2$명은 e보다 작게 제시할 확률이 $\{F(e)\}^{(n-2)}$이다. ${}_{n-1}C_1$은 상대방 $n-1$명 중 한 명만 자기보다 높게 제시하는 경우의 수를 의미한다. 마찬가지로 k등, n등일 경우를 표시하면 식 (2)와 같다. 모든 e에 대해 기대효용이 일정하다는 혼합전략의 특성상 기대효용을 k라고 놓았다. 단계 (2)에서 $F(0)=0$이므로 이를 식 (2)에 대입하면 $k=w_n$이 된다. $F(e)=1$을 식 (2)에 대입해 보면 $e=w_1-w_n$를 얻게 되어 혼합전략의 분포구간(support)이 $[0,\ w_1-w_n]$임을 알 수 있다. 따라서, $k=w_n$을 식 (2)에 대입하여 풀면 $F(e)$를 구할 수 있다. ■

위의 정리를 살펴보면 노력수준의 상대적 평가에 의하여 석차가 결정되기

때문에, 가급적 상대선수와의 격차를 최소화하면서도 그를 능가하여 더 높은 상금을 받는 것이 유리하게 된다. 그러나 그것을 달성하는 순간 상대선수 역시 추가적인 노력을 조금만 더 들여도 최고상금을 받을 수 있기 때문에 선수들이 순수전략을 채택하는 경우는 균형의 안정성을 달성할 수 없다. 이러한 석차제도의 특성 때문에 순수전략으로 구성된 균형은 존재하지 않으며, 균형을 구성하는 혼합전략도 이러한 가능성이 없도록 구사되어야 한다. 우리는 논의의 편의상 대칭적 균형(symmetric equilibrium)만 분석하였다. 동일한 선수들이 동일한 조건하에서 게임을 진행하기 때문에 대칭적 균형만 분석하는 것이 논의의 범위를 제약하지는 않을 것으로 생각한다.

[정리 1]에서 게임에 참여하는 선수들의 기대효용은 최하위의 상금액과 같다. 이러한 결과가 나오는 이유는 석차제도의 특성때문이다. 석차제도에서는 선수들의 경쟁이 치열하기 때문에 많은 노력을 기울인다 하여도 아무런 노력을 하지 않고 최하위의 상금을 받는 것 이상을 기대할 수는 없다는 것을 의미한다. 그러나 모든 사람이 아무런 노력을 기울이지 않고 $\overline{w}$의 기대효용을 얻는 파레토최적상태가 있음에도, 이 상태가 안정적이지 못하기 때문에 이를 달성하지 못하는 특성이 정리에 잘 나타나 있다. 이러한 특성에 의해 다음의 정리를 도출할 수 있다.

[정리 2] 상금 총액이 일정한 경우, 선수들의 기대노력수준은 최하위의 상금에 의해 결정된다.

(증명) [정리 2]에서 모든 선수의 기대효용은 w_n이고, 효용함수가 상금과 노력수준의 선형으로 되어 있으므로, $E(R_i - e_i) = w_n$이다. 따라서, 대칭적 균형에서 $E(e) = \overline{w} - w_n$임을 쉽게 알 수 있다. ■

[정리 2]는 석차제도의 특성을 명확하게 보여 주고 있다. 일반적으로 총상금을 증가시킬 때 선수들은 보다 많은 노력을 기울일 것이라고 예상할 수 있다. 문제는 노력수준이 총상금의 증가와 비교하여 얼마나 증가하는가 하는 것이다. 그러나 본 모형에서는 최하위의 상금인 w_n을 고정시킨 상태에서 총상금을 증가시켜도 경쟁에 의하여 선수들의 기대효용은 최하위의 상금에서 벗어나지 못하게 된다. 이는 증가하는 노력비용이 정확하게 총상금의 증가를 상쇄한다

는 것을 의미한다. 이는 역으로 총상금이 일정한 경우에 최하위의 상금액수를 낮춘다면 선수들의 노력수준이 증가하리라는 것을 의미한다. 따라서, 석차제도를 고안하는 정책입안자의 입장에서 평균적인 노력수준을 증대시키기 위해서는 최하위의 상금을 낮춰야만 하고, 음($-$)의 상금을 의미하는 처벌이 가능하다면 최하위에 대한 처벌이 가혹할수록 노력수준은 더 증가할 것이다. 물론 본 모형의 결과를 직접 현실에 적용하는 것은 강력한 가정 때문에 무리가 있다.

정책적 의미에서 본다면 [정리 1]에서 구한 균형혼합전략의 분포구간도 의미가 있다. 예를 들어, 많은 사람들의 평균적인 노력수준보다는 최상위 한두 사람이 쏟는 노력수준이 의미가 있다면, 일정한 총상금을 가급적 최상위의 상금에 배분하는 것이 최상위를 차지하는 사람들의 노력수준을 증대시키는 요인이 될 것이다. 예체능계통의 경쟁에서는 총상금 중에서 차지하는 최상위나 고위 상금의 비중이 상대적으로 큰 것에 대한 하나의 설명으로 보인다.

[정리 1]로부터 다음의 결과들을 쉽게 도출할 수 있다.

[따름정리 1] 모든 순위의 상금액수를 선형변환하면 균형에서의 기대효용도 선형변화한다. 즉, 모든 i에 대해 w_i를 $\alpha+\beta w_i(\beta>0)$로 변화시키면 균형에서의 기대효용은 w_n에서 $\alpha+\beta w_n$으로 변화한다.

(증명) [정리 1]에서 모든 선수의 기대효용은 마지막 상금에 의해 결정되므로 기대효용도 $\alpha+\beta w_n$이 된다. ■

사실상 석차제도에서의 경쟁은 각 순위상금과 최하위상금의 차이에 대한 경쟁이다. 최하위의 상금보다 많은 상금을 차지하기 위한 경쟁이기 때문에 순위간 상금차이에 변화가 없다면 노력수준에도 차이가 있을 수 없다. 물론 이는 위험중립적이고 추가적인 노력에 따르는 비용이 일정한 효용함수 때문이다. 균형에서 투하되는 노력수준은 오직 상금격차에만 의존한다는 직관은 다음 결과에 의해 다시 확인할 수 있다.

[따름정리 2] 모든 순위의 상금액수를 선형변환하여 모든 i에 대해 w_i를 $\alpha+\beta w_i(\beta>0)$로 변환시키면 균형에서 투하되는 기대노력수준은 β배만큼 증가한다.

(증명) [정리 2]에서 모든 선수의 기대노력수준은 평균임금에서 최하위 상금을 제한 값이 되므로 $(\alpha+\beta\overline{w})-(\alpha+\beta w_n)=\beta(\overline{w}-w_n)$이 된다. 따라서, β만큼 증대된다. ■

본 모형의 균형혼합전략을 구체적으로 알아보기 위해 다시 $n=3$인 경우를 고려해 본다. 2인의 경우 균형은 균등분포로 이루어진 혼합전략이었는데, 3인 이상인 경우에는 특별한 경우에만 균등분포로 이루어진 균형이 달성되게 된다. 균등분포로 이루어진 균형을 이루는 조건이 상금의 차이로 나타나기 때문에 상금의 격차를 $d_1=w_1-w_2$, $d_2=w_2-w_3$로 정의한다.

먼저 균형혼합전략을 구하기 위하여 [정리 1]로부터 선수들의 기대효용을 구해 보면 다음과 같다.

$$(w_1-e)\{F(e)\}^2+2(w_2-e)F(e)\{1-F(e)\}+(w_3-e)\{1-F(e)\}^2=w_3. \quad (3)$$

식 (3)을 간단히 하면,

$$(d_1-d_2)\{F(e)\}^2+2d_2F(e)-e=0 \quad (4)$$

이 되고, $d_1\neq d_2$이면

$$F(e)=\frac{-d_2+\sqrt{(d_2)^2+(d_1-d_2)e}}{d_1-d_2} \quad (5)$$

이다. 이 혼합전략의 구체적인 모습을 구해 본다.

$$F'(e)=f(e)=\frac{1}{2\sqrt{d_2^2+(d_1-d_2)e}} \quad (6)$$

$$f(0)=\frac{1}{2d_2} \quad (7)$$

$$f(d_1+d_2) = \frac{1}{2d_1} \tag{8}$$

$$f'(e) = -\frac{d_1-d_2}{4}\left[d_2^2+(d_1-d_2)^{-3/2}\right] \tag{9}$$

$$f''(e) = \frac{3(d_1-d_2)^2}{8}\left[d_2^2+(d_1-d_2)^{-5/2}\right] > 0 \tag{10}$$

$d_1 > d_2$일 때 $f(0) > f(d_1+d_2)$이고, $f'(e) > 0$이다. 만약 $d_1 = d_2$이면 식 (4)에서 다음 결과를 얻을 수 있다.

$$F(e) = \frac{e}{w_1 - w_3}. \tag{11}$$

따라서 d_1과 d_2의 크기에 따라 균형혼합전략은 〈그림 1〉과 같다.

3인의 경우에 차순위와의 상금격차가 동일하면 균형혼합전략은 균등분포가 되었다. 이 조건은 일반적으로 성립하는데, 이를 보이기 위해 $d_k = w_k - w_{k+1}$, $k = 1, \cdots\cdots, n-1$로 정의한다.

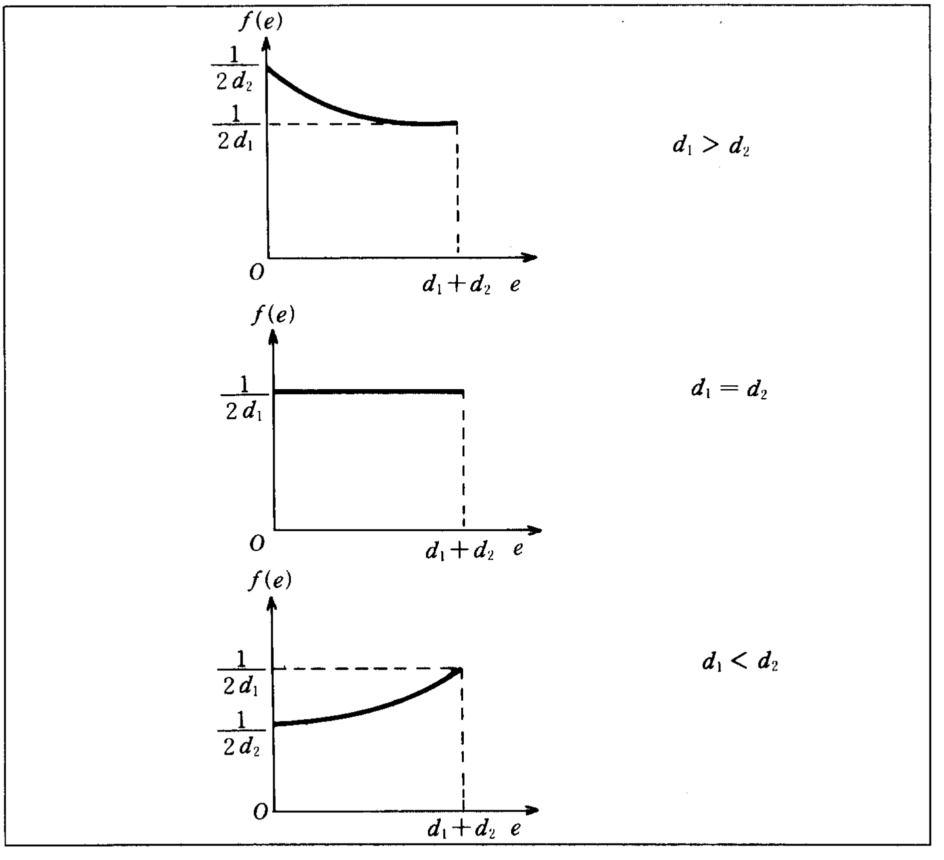
[정리 3] 균형혼합전략이 균등분포일 필요충분조건은 $d_1 = d_2 = \cdots\cdots = d_{n-1}$이다.[3)]

Ⅲ. 다단계 석차제도

지금까지 n명의 선수가 투여하는 한 번의 노력수준에 의하여 순위를 결정한 후 순위에 따라 상금을 수여하는 게임을 분석하였다. 현실에서는 이러한 게임 외에도 흔히 예비심사를 통과한 선수들만으로 다시 본심사를 하는 경우가 있는데, 이를 다단계 석차제도로 정의하여 분석하고자 한다. 다단계 석차제도에서는 1단계 석차제도와는 달리 n명의 선수를 예비심사를 통하여 여러 집단으

3) 증명은 〈부록〉 참조.

〈그림 1〉



로 분류한 후 동일집단 내에서 다시 순위를 결정하여 상금을 지급한다. 앞에서 분석한 1단계 석차제도를 $G(n)$으로 표기하고, n명의 선수를 1단계에서 m과 $n-m$명의 두 집단으로 분류하는 2단계 석차제도를 $\Gamma^2_n(m, n-m)$으로 표기한다. 두 집단으로 분류한 후에는 각각 $G(m)$, $G(n-m)$의 게임을 한다. 일반적으로 1단계 경쟁을 통하여 k개의 집단으로 분류하는 2단계 석차제도를 $\Gamma^2_n(m_1, m_2, \cdots\cdots, m_k)$으로 표현할 수 있을 것이다. 표기의 편의상 2단계 석차제도만 분석하기로 한다.

앞에서 밝힌 바와 같이 이러한 다단계 석차제도는 예비심사를 치르거나 우열반을 가르는 일상적인 관행을 분석하기 위한 것이다. 현실에서는 여러 가지 변형이 있지만 먼저 손쉬운 비교를 위하여 1단계 석차제도와 같은 상금을 단지

2단계 석차제도에 의해 지급하는 경우를 분석한다. 즉, 두 집단이라면 1등에서 m등까지 다시 경쟁을 하여 순위를 정하고, 순위에 따라 w_1, w_2, ……, w_m의 상금을 지급받는다. 두 번째 집단에 속한 $m+1$등부터 최하위등수의 선수들은 따로 경쟁을 하여 순위를 정하고 순위에 따라 w_{m+1}, w_{m+2}, ……, w_n의 상금을 지급받는다.

[정리 4] 균형에서 얻는 선수들의 기대효용은 다단계 게임의 형태에 의존하지 않고 모두 동일하다. 즉, $G(n)$게임의 기대효용은 $\Gamma_n^2(m, n-m)$게임의 기대효용과 같고, 1단계에서 여러 집단으로 분류하여도 기대효용은 같다.

(증명) 다단계 석차제도나 여러 집단으로 분류하는 석차제도도 증명방법은 같기 때문에 두 집단으로 분류하는 2단계 석차제도의 경우를 증명하기로 한다. 먼저 $G(n)$게임에서는 $E(e)=w-w_n$임을 알고 있는데, 2단계 석차제도에서 선수들이 투여하는 노력수준이 이와 같다는 것을 보이면 될 것이다. 2단계 석차제도에서 첫번째 집단에서 경쟁을 하게 되면 정리 2에 의해 그 기대값은 w_m이고, 두 번째 집단에 속하게 되면 w_n이다. 따라서, 집단을 분류하는 경쟁은 1등에서 m등까지는 w_m을 지급하고, 그 외에는 w_n를 지급하는 1단계 석차제도와 같다. 따라서, 1단계 경쟁에서 선수들이 투여하는 기대노력수준 $E(e^1)$은

$$E(e^1) = \frac{mw_m + (n-m)w_n}{n} - w_n$$

이다. 반면 2단계 경쟁에서 m명의 첫번째 집단 선수들이 투여하는 기대노력수준인 $E(e_m^2)$와 $n-m$명의 두 번째 집단선수들이 투여하는 기대노력수준인 $E(e_{n-m}^2)$을 각각 구하면 다음과 같다.

$$E(e_m^2) = \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i}{m} - w_m,$$

$$E(e_{n-m}^2) = \frac{\sum_{i=m+1}^{n} w_i}{n-m} - w_n.$$

이것을 인원수로 가중평균하여 2단계에서의 기대노력수준인 $E(e^2)$을 구하고 1단계에서의 노력수준과 더하면,

$$E(e^1) + E(e^2) = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i}{n} - w_n$$

이 되어 1단계 석차제도에서의 기대노력수준과 같다. ■

다단계 석차제도에서 선수들이 투여하는 기대노력수준이 1단계 석차제도의 경우와 같다는 것은 주어진 총상금하에서 기대효용수준도 같다는 것을 의미한다. 1단계 경쟁에서의 순위가 m 또는 m보다 높아서 첫번째 집단에 포함되어 2단계 경쟁에 참여하면 w_m의 기대효용을 예상할 수 있다. 반면 순위가 m보다 낮다면 w_n의 기대효용이 예상된다. 따라서, 1단계 경쟁은 곧 w_m의 상금을 m순위까지 수여하고, 다른 선수들에게는 w_n의 상금을 수여하는 석차제도에 참여하는 것과 동일하다. 이는 곧 $w_m - w_n$의 추가적인 상금을 위해 경쟁하는 것과 같은데, 석차제도의 특성에 의해 추가적인 기대효용을 기대할 수는 없다. 즉, 1단계 경쟁에서 많은 노력을 투여하여 첫번째 집단에 속하거나, 그렇지 못하여 두 번째 집단에 속하거나 예상되는 기대효용은 같다는 것이다. 왜냐 하면, 첫번째 집단에 속하기 위해서는 기대수익이 증가하는 만큼 정확하게 기대노력수준을 증가시켜야 하기 때문이다.

그러나 위의 결과가 현실을 정확하게 반영하는 것은 아니다. 예를 들어, 교육제도에서 우수학생들을 선발하는 경우 선발된 학생들은 보다 많은 지원이나 최소한 동료집단 내의 경쟁 등에 의해 상대적인 혜택을 받는 것으로 알려져 있다.[4] 이러한 상황을 반영하기 위하여 2단계 석차제도에서 첫번째 집단에 선발된 선수들에게 추가적인 상금을 지급한다고 가정하기로 하자. 원래의 석차제도와의 비교를 위해서는 총상금이 일정해야 하므로, 이 추가적인 상금은 두 번째 집단의 상금에서 같은 액수를 공제하여 지급한다고 가정한다. 즉, 첫번째 집단의 상금은 $w_1, w_2, \cdots\cdots, w_m$에서 $w_1+\alpha, w_2+\alpha, \cdots\cdots, w_m+\alpha$으로 일정 액수를 증가시킨다. 증가되는 상금액수는 두 번째 집단의 상금에서 공제하여, 원

4) 실제로는 학생들 간에 능력의 차이가 있을 수 있기 때문에 모두 동일한 선수를 가정하고 있는 본 모형의 결과를 직접 현실과 비교하는 것은 무리가 있다.

래의 상금 w_{m+1}, w_{m+2}, ……, w_n 대신에 $w_{m+1}-\beta$, $w_{m+2}-\beta$, ……, $w_n-\beta$를 지급하는데, $\beta=\dfrac{m\alpha}{n-m}$ 이면 총상금의 액수는 같다. 이 경우 다음과 같은 결과가 도출된다.

[정리 5] 총상금을 일정하게 하면서 하위집단의 매 순위 상금에서 β만큼을 공제하여 상위집단의 매 순위에 같은 액수를 지급하는 2단계 석차제도에서의 기대노력수준은 β만큼 증가한다.

이 결과는 [정리 2]를 이용하면 쉽게 도출되므로 증명은 생략한다. 오히려 이 결과를 이해하는 데는 직관적인 설명이 더 유익하게 보인다. 2단계 경쟁에서 상위집단에 대한 추가적인 상금의 지급이나 하위집단에 대한 상금의 공제는 [따름정리 1]에 의해 선수들의 노력수준에 전혀 영향을 미치지 못한다. 또한 하위집단에서 공제한 상금을 상위집단에 지급하기 때문에 1단계 경쟁을 통하여 예상되는 수익에도 변화가 없다. 따라서 노력수준에 영향을 미치는 것은 오직 1단계 경쟁에서 노력비용을 공제한 기대수익이 되는 최하위의 상금이 β만큼 감소하기 때문이다.

Ⅳ. 結 論

지금까지 단순한 경매모형을 토대로 석차제도의 특성에 대하여 살펴본 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 동일한 자질을 갖춘 개인들에 대해 석차제도로 보상을 결정하는 것은 [정리 2]에서 보여 주듯이 모든 선수가 가장 낮은 상금의 기대효용밖에 얻지 못하는 결과를 초래하게 된다. 이러한 결과는 동일한 자질을 갖춘 개인들에 대하여 보상의 차이를 두고 석차를 통한 경쟁을 초래하는 것이 소모적인 경쟁을 초래함으로써 결과적으로 사회적으로 비효율적인 결과를 초래한다는 것이다.

그러나 이를 토대로 현재 우리 나라의 대학입시제도에서 나타나고 있는 사교육비의 막대한 지출은 비효율적이라고 단정지을 수는 없다. 왜냐 하면, 사회적인 효율성을 검토하기 위해서는 경쟁을 유발시켜 전체적으로 노력수준을 제고시키고 개개인의 생산성을 향상시키는 양(＋)의 효과를 유발하는 장점도 갖

고 있기 때문이다. 그러나 본 논문에서는 석차제도의 긍정적인 면은 무시하고 비효율성이 발생하는 유인을 분석하는 데 초점을 두었다.

둘째, [정리 4]의 분석결과에 의하면 동일한 자질인 경우 다단계제도나 1단계제도나 아무런 차이가 없음을 보여주고 있다. 따라서, 시험을 시행하는 데에 따르는 거래비용을 고려하는 경우 사회적 관점에서 보면 한 단계에서의 단 한 번의 시험으로 결정하는 것이 더 효율적이라는 결론을 내릴 수 있다. 물론 현실세계에는 각 개인의 위험에 대한 태도와 자질이 다르기 때문에 이의 결과를 그대로 적용하여 해석하는 데에는 무리가 따르는 것이 사실이다. 그러나 [정리 4]의 분석결과는 현재 시행되고 있는 다단계 시험제도의 비효율적인 측면이 있음을 의미한다고 볼 수 있다.

끝으로 향후 연구방향을 간략히 제시하고자 한다. 현실적 분석을 위해 선수들이 이질적인 유형이라든지 위험회피적인 경우가 포함된 모형의 분석이 필요하다. 또한 석차제도는 나름대로 개인 간 경쟁을 유발시키는 긍정적인 측면이 있으므로 석차제도의 총체적인 효율성 내지 비효율성을 분석하기 위한 모형이 고려되어야 하며, 이를 위한 방법으로서 노력이 생산함수의 변수가 되는 모형의 확장이 필요하다고 생각되어진다. 따라서, 향후에는 이러한 방향으로의 연구가 필요하다고 생각된다.

參考文獻

1. 박주현, 홍종학, "기부금 입학제의 이론적 분석 - 신호모형을 중심으로," 『경제학연구』, 제42집 제1호, 한국경제학회, 1994, pp. 35-54.
2. Akerlof, G., "The Economics of Caste and of the Rat Race and Other Woeful Tales," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 90, 1976, pp. 599-617.
3. Ehrenberg, R. G. and M. L. Bognanno, "Do Tournaments Have Incentive Effects?," *Journal of Political Economy*, Vol. 98, 1990, pp. 1307-1324.
4. Frank, R. H., *Choosing the Right Pond – Human Behavior and the Quest for Status*, Oxford University Press, 1985.
5. ________ and P. J. Cook, *The Winner-Take-All Society*, Free Press,

1995.

6. Green, J. R. and N. L. Stokey, "A Comparison of Tournaments and Contracts," *Journal of Political Economy*, Vol. 91, 1983, pp. 349-364.
7. Hahn, G., J. Hong, S. Kim, and J. Park, "A Theory of Tournaments," mimeo, 1997.
8. Holmstrom, B., "Moral Hazard in Teams," *Bell Journal of Economics*, Vol. 13, 1982, pp. 324-340.
9. Lazear, E. P. and S. Rosen, "Rank-Order Tournaments as Optimum Labor Contracts," *Journal of Political Economy*, Vol. 89, 1981, pp. 841-864.
10. Malcomson, J. M., "Rank-Order Contracts for a Principal with Many Agents," *Review of Economic Studies*, Vol. 53, 1986, pp. 807-817.
11. Nalebuff, B. J. and J. E. Stiglitz, "Prizes and Incentives: Towards a General Theory of Compensation and Competition," *Bell Journal of Economics*, Vol. 14, 1983, pp. 21-43.
12. Rosen, S., "Prizes and Incentives in Elimination Tournaments," *American Economic Review*, Vol. 76, 1986, pp. 701-715.

〈부 록〉 [정리 3]의 증명

[보조정리]

$(n-1)x=(n-1)x^{n-1}+(n-2)_{n-1}C_1 x^{n-2}(1-x)+\cdots\cdots+_{n-1}C_{n-2}(1-x)^{n-2}$.

(증명) 이항정리에 의해 다음의 관계식이 성립한다.

$$\{\alpha x+(1-x)\}^{n-1}=\alpha^{n-1}x^{n-1}+\alpha^{n-2}{}_{n-1}C_1 x^{n-2}(1-x)+\cdots\cdots+_{n-1}C_{n-1}(1-x)^{n-1}.$$

α로 미분하고, $\alpha=1$을 대입하면 위 식이 도출된다. ■

[정리 3] 균형혼합전략이 균등분포일 필요충분조건은 $d_1=d_2=\cdots\cdots=d_{n-1}$이다.

(증명)

① 충분조건

$d_1=d_2=\cdots\cdots=d_{n-1}$일 때 $w_k=w_n+(n-k)d$이고, 식 (2)는 다음과 같이 된다.

$$d[(n-1)\{F(e)\}^{n-1}+(n-2)_{n-1}C_1\{F(e)\}^{n-2}\{1-F(e)\}$$
$$+\cdots\cdots+_{n-1}C_{n-2}\{1-F(e)\}^{n-2}]=e.$$

$F(e)$를 [보조정리]의 x에 대입하면 $F(e)$를 구할 수 있다.

$$F(e)=\frac{e}{d(n-1)}=\frac{e}{w_1-w_n}.$$

② 필요조건

$F(e)=\dfrac{e}{w_1-w_n}$를 식 (2)에 대입하여 $k=1$, ……, $n-1$인 각각의 경우 e^k의 계수를 구하면, 모든 e에 대하여 성립하므로 (2)식의 양변에서 e^k ($k=1$,

……, $n-1$)에 대한 계수가 같아야 한다. 먼저 e의 계수를 비교하면 다음과 같다.

$$e:\{w_{n\ n-1}C_1(-1)+w_{n-1\ n-1}C_{n-2}\}\frac{1}{w_1-w_n}=1.$$

위 식에서 $w_{n-1}=w_n+\dfrac{w_1-w_n}{n-1}$ 이 도출된다. $\dfrac{w_1-w_n}{n-1}$ 을 d로 정의하면 $w_{n-1}=w_n+d$가 된다.

e^k, $k=2, 3, \cdots\cdots, n-1$의 계수를 비교하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} e^k:\ & w_{n\ n-1}C_{n-k-1}(-1)^k+w_{n-1\ n-1}C_{n-2\ n-2}C_{n-k-1}(-1)^{k-1} \\ & +\cdots\cdots+w_{n-k\ n-1}C_{n-k-1\ n-k-1}C_{n-k-1}=0. \end{aligned}$$

$w_{n-i}=w_n+id$, $i=1, 2, \cdots\cdots, k-1$을 대입하여 위 식을 정리하면 $w_{n-k}=w_n+kd$를 구할 수 있다. 수학적 귀납법을 적용하면 증명이 완료된다. ■