寄附金 入學制의 理論的 分析
— 信號模型을 中心으로*

박주현**, 홍종학***

〈목　차〉

Ⅰ. 서　론

최근 기부금 입학제에 관한 찬반논쟁이 자주 일어나고 있다. 그러나 상당수의 논의가 이론적이기 보다는 거의 직관에 의존하고 있다. 이러한 접근방법의 논의중 대표적인 의견으로서는 찬성론자의 대학 재정문제를 중시하는 관점과 반대론자의 도덕적인 측면을 중시하는 관점 등으로 크게 분류될 수 있다. 찬성론자들은 현재 열악한 대학환경을 개선하기 위해서는 대학에의 과감한 투자가 필요하며 이러한 투자의 재원을 마련하기 위한 최후의 수단으로서 기부금 입학제가 불가피 하다고 보고 있다. 즉 기부금을 이용해 대학을 활성화 시킴으로서 얻는 이득이 기부금에 의해 발생되는 비용을 능가한다고 주장하고 있다. 이에 반해 반대론자는 현대 자본주의의 병폐인 황금 만능주의를 교육에 까지 적용하는 것은 있을 수 없으며, 소득의 불균형, 자본주의의 병폐를 옳게 교육하여야 할 대학에서 이를 받아 들인다는 것은

* 본 논문은 1994. 2.16일 한국 경제학회 정기학술대회에서 발표된 논문임. 유익한 논평을 해주신 익명의 심사위원께 감사를 드립니다.
** 한국국방연구원 연구위원/*** 경원대학교 조교수

더욱 큰 문제를 야기시킬 것이라고 주장한다.

이러한 양측의 주장은 다 일리가 있다고 본다. 그럼에도 불구하고 본고에서는 이와 같은 직관적, 거시론적 분석을 피해 미시경제학적 관점, 특히 스펜스(1973)식의 신호이론 관점에서 기부금 입학의 경제적 효과를 분석하고자 한다.

이러한 분석을 하게 된 동기를 간략히 살펴보면 첫째, 기부금 입학제를 순수한 경제학적 측면에서 분석해 보고자 하는 의도에서 출발하였으며, 둘째, 한국의 대학은 교육의 내용 자체보다 대학에 들어갈 정도로 총명하다는 즉 대학출신이라는 사실이 오히려 중요시 취급된다는 점이다. 이는 대학에서 배운 교육이 현실에 직접 적용될 수 없는 한국의 실정에서 기업은 신규인력의 자질, 생산성을 알 수 있는 방법으로서 대학의 졸업여부 및 대학의 수준을 선별기준으로 삼아왔다고 보여진다.

즉 우수한 자질의 인력은 적은 비용을 들이고 대학에 들어갈 수 있으나 우수하지 못한 인력은 대학에 들어가기 위해서는 많은 비용이 소요되므로 대학에 들어가기 보다는(또는 명문대학에 들어가기 보다는) 차라리 대학을 포기하는 것이(낮은 수준의 대학에 입학하는 것이) 유리하게 된다면, 학생이 대학에 입학했는가의 여부로 학생의 수준을 판별할 수 있다는 논리이다. 그러나 만약 기부금 입학제가 채택된다면 이러한 선별기준이 영향을 받게 될 것이다. 즉 정상적인 학생들이 기부금 입학에 의한 학생들로 인하여 재평가 받게되며 심할 경우에는 선별기능까지 잃게 될 가능성도 있다. 따라서 본고는 이러한 기부금 입학의 효과를 간단한 모형을 통해 이론적인 분석을 함으로써 정책적인 결정에 도움을 주고자 한다.

본 논문의 구성은 2장에 기본모형으로서 스펜스 모형을 소개하였고 3장에 기부금 입학제의 모형을 분석하였다. 끝으로 4장에서는 결론 및 향후연구에 관하여 간단히 언급하였다.

Ⅱ. 기본모형(스펜스 모형)

본 기본모형은 기부금 입학제를 고려하지 않은 전형적인 스펜스 타입의 신호(Signaling) 모형으로서 노동자 그룹과 기업 그룹을 대표하는 두 명의 선수가 있다. 노동자 그룹은 자신만이 알고 있는 사적인 정보 즉 생산능력

에 관한 정보를 갖고 있으며 이를 타입 t로 표시한다. 일반적으로 t가 클수록 높은 생산능력을 갖고 있는 것을 의미하며 간략히 t는 1부터 k까지의 상수집합인 T의 한 요소이며($T=\{1,2,\cdots\cdots,k\}$) t가 일어날 확률은 π이다. $\pi(\cdot)$는 확률밀도함수로서 기업을 포함 모든 사람이 알고 있는 일반상식(common knowledge)이다.

본 모형의 게임규칙을 살펴보면 다음과 같다.

〈게임규칙〉

① 자연(Nature)이 t를 선택한다.

② 노동자는 t를 본 후, 기업에게 신호집합 M의 한 요소인 신호 m을 보낸다.

③ 기업은 행동집합 A에서 한 행위인 a를 선택한다.
이때 기업은 m을 관찰할 수 있지만 t는 관찰하지 못한다.

여기서 우리는 신호를 보내는 집합 M과 행위집합 A를 양의 실구간으로 한정하고 한다. 따라서 Kohlberg-Mertens[1986]의 안정균형(Stable Equilibria)이 항상 존재한다.

다음은 본 논문의 균형을 분석하기 위해서 필요한 세부기호, 가정 및 균형개념을 설명하고자 한다. 선수들 즉 노동자와 기업은 폰 노이만 모겐스턴 효용함수를 갖고 있으며 노동자의 효용함수는 U(t,m,a)로 표시하고 기업의 효용함수는 V(t,m,a)로 표시한다. 노동자의 행동전략은 $q(m|t)$로 표시한다. 즉 $q(\cdot|t)$는 신호집합 M에 관한 확률분포이다. 마찬가지로 기업의 행동전략은 $r(a|m)$으로 표시한다. 따라서 $r(\cdot|m)$은 A에 관한 확률분포이다. 이를 간략히 r(m)으로 표시한다.

이 논문에서는 유한한 support를 갖는 균형만 고려하기로 한정한다. 이렇게 함으로서 $q(m|t)$는 타입 t의 노동자가 신호 m을 보내는 확률이고 $r(a|m)$은 신호 m을 받고 순수전략 a를 보내는 확률이 된다. 따라서 기업의 행위에 대한 노동자의 기대효용을 표시하면 다음과 같다.

$$U(t,m,r)=\sum_{a\in A} U(t,m,a)r(a)$$

(r은 A에 관한 유한한 support를 갖는 확률분포임)

기업의 노동자에 대한 타입에 대한 예측은 $\mu(t|m)$으로 표시하는데 $\mu(\cdot|m)$은 T에 관한 확률분포이다. 따라서 m이 주어질 경우 기업의 예측 μ에 대한 최선의 행동전략을 $BR(\mu,m)$으로 표시하며 $BR(\mu,m)$은 다음과 같이 수식으로 표시된다.

$$BR(\mu,m)=\underset{a\in A}{\operatorname{argmax}}\sum_{t=1}^{k}V(t,m,a)\mu(t|m)$$

만약에 m에 대한 t의 예측이 T 대신 부분집합 I 에만 해당되는 경우에는 최선의 행동 전략 집합을 $BR(I,m)$으로 표시한다.

$$BR(I,m)=\bigcup_{\{\mu\,|\,\mu(I)=1\}}BR(\mu,m)$$

즉 이와 같은 방법으로 $MBR(\mu,m)$, $MBR(I,m)$은 혼합전략으로서의 최선의 전략 및 전략집합을 의미한다. 스펜스 신호모형에 적합한 게임으로서 우리는 다음과 같은 가정을 하고자 한다.

〈가정〉

A1 : 만약 $a>b$이면 $U(t,m.a)>U(t,m.b)$ $\forall t,m$

A2 : 효용함수 $V(t,m,a)$는 t,m,a에 대하여 연속함수이며 a에 대해서는 미분가능한 오목(concave)함수이다.

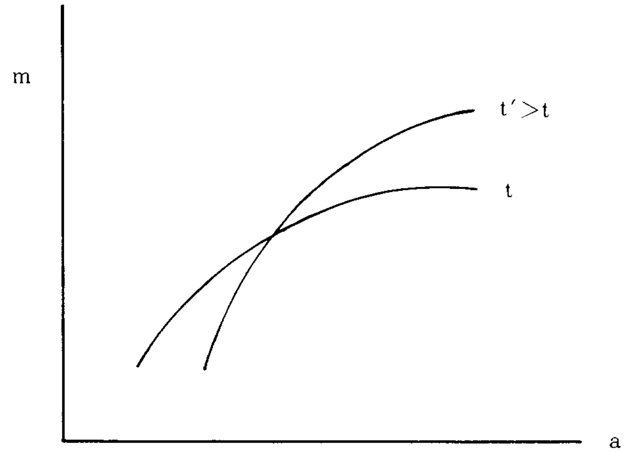
A3 : $\partial V/\partial a$는 t에 관하여 증가함수이다.

A4 : 만약 $t<t'$ 이고, $m<m'$ 이면 $U(t,m,a)\le U(t,m',a')$는 $U(t',m,a)<U(t',m',a')$를 함축(imply)한다.

Al 가정은 임금이 높을수록 모든 노동자에게 더 높은 만족을 준다는 것으로서 단조성 게임을 의미한다. A2는 m과 μ가 주어졌을때 기업의 최선의 전략이 존재함을 의미한다. A3는 어떤 메세지 m이 왔을때 만약 t에 관한 예측이 λ와 μ 두 가지 경우라고 가정하자. 만약 λ가 μ를 1차 확률지배(first order stochastic dominance)하면 $BR(\lambda,m)$은 $BR(\mu,m)$보다 크다. 즉 높은 타입이라고 믿을 수록 높은 행동을 택한다는 것을 의미한다.

A4는 높은 타입일수록 높은 교육수준을 선호하는 가정으로서 이는 1회 교차조건(single crossing property)가정과 A1가정에서 도출될 수 있다. 1회

교차조건가정이란 메세지 m과 행위 a에 관한 무차별 지도상에서 타입에 따른 노동자의 무차별 곡선이 한번만 교차하는 것을 의미하며 이는 $-\frac{\partial U/\partial m}{\partial U/\partial a}$이 t가 증가함에 따라 감소함을 의미한다. 이를 그림으로 표시하면 다음과 같다.



우리가 사용할 균형개념은 Kreps-Wilson[1982]의 연속균형(Sequential Equilibrium)을 한층 더 발전시킨 D1균형이다.

연속균형은 두 개의 전략과 한 개의 예측 $\{q(m|t)_{t\in T},\ r(a|m)_{m\in M},\ \mu(t|m)_{m\in M}\}$이 아래와 같은 연속합리성(Sequential Rationality)과 일관성(Consistency)을 만족하는 균형으로서 연속합리성은 (SR), 일관성은 (C)로 간략히 표기하기로 한다.

(SR) : 만약 $q(m'|t)>0$이면 $m'\in\underset{m\in M}{\mathrm{argmax}}\ U(t,m,r(m))$이고

$$r(m)\in MBR(\mu(m),m)\quad \forall m\in M$$

(C) : 만약 $\sum\pi(s)q(m|s)>0$이면

$$\mu(t|m)=\pi(t)q(m|t)/\sum\pi(s)q(m|s)$$ 이다.

이러한 연속균형 개념은 만약 $\sum\pi(s)q(m|s)=0$인 경우 $\mu(\cdot|m)$에 관하여 아무런 제약을 가할 수 없은 약점이 있다. 이러한 문제점을 보완하기 위하기 균형에서 벗어난 메시지가 왔을 때 적절히 예측에 제약을 가함으로써 균형의 다중성을 줄이려는 시도로서 Cho-Kreps[1987], Banks-Sobel[1987]

등이 신호모형에서 새로운 개념을 제시하였다. 이중에서 단조 신호모형에 적합한 D1 균형개념을 우리는 적용하기로 한다.

D1균형개념을 설명하면 다음과 같다. 먼저 D1 균형을 살펴보기 위해서는 연속균형을 하나 고정시킨다. 그것을 $\{(q(\cdot),\ r(\cdot),\ \mu(\cdot)\}$이라 하고 이때 노동자 타입 t의 균형효용을 $U^*(t)$라 하자. 즉 $U^*(t)$는 아래와 같다.

$$U^*(t)=\sum\sum U(t,m,a)q(m|t)r(a|m)$$

만약에 균형이 아닌 신호 m이 왔다고 하자. $P(t|m)$은 노동자 타입 t가 균형전략에서 벗어나 m을 보냈을때 더 좋은 효용을 주는 기업의 최선의 전략집합이며, $P^0(t|m)$은 동일한 만족을 주는 기업의 전략집합이다. 즉 $P(t|m)$과 $P^0(t|m)$은 다음과 같이 표시된다.

$$P(t|m)=\{r\in MBR(T,m)\ :\ U^*(t)<U(t,m,r)\}$$
$$P^0(t|m)=\{r\in MBR(T,m)\ :\ U^*(t)=U(t,m,r)\}$$

따라서 만약 m이 왔을때 기업이 행동 r을 $P(t|m)\cup P^0(t|m)$ 집합안에서 취한다면 노동자 t는 균형전략 대신 m을 취할 약유인(weak incentive)이 존재한다. 이런 경우에 Cho-Kreps[1987]는 만약 다음과 같은 (D1)의 조건이 성립하면 m은 t에서도 올 수 있다는 가정은 배제시켰다. 이를 D1 기준이라 부른다.

$$\text{(D1)}\quad P(t|m)\cup P^0(t|m)\subset P(t'|m)$$

따라서 D1 기준에 의해 살아남은 연속균형을 우리는 D1 균형이라 부른다.

정리1. 만약 A1－A4를 가정하면, D1조건을 만족하는 균형이 존재한다.
증명 : Cho-Sobel Prop.4.3을 참조.

Cho-Sobel은 이에 한 걸음 더 나아가서 노동자의 효용함수에 약간의 가정을 추가하여 유일한 D1균형 및 분할균형(separating equilibrium)이 존재함을 보였다.

기본 모형에서의 균형을 구체적으로 분석하기 위해서 우리는 효용함수를 다음과 같이 설정하였다.

$$U(t,m,a)=a-(m/2t) \cdots\cdots (1)$$

$$V(t,m,a)=-(a-t)^2 \cdots\cdots (2)$$

이상의 효용함수는 가정 A1－A4를 만족하는 대표적인 함수의 하나이다. 균형이 성립하기 위해서는 타입 t가 타입 t±i처럼 모방할 유인이 없어야 한다. 이를 유인 양립조건(Incentive Compatibility Condition : IC)이라고 하는데 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\text{(IC)} \quad U(t,m_{t+i},t+i)\leq U(t,m_t,t) \quad \forall t,i$$

$$U(t,m_{t-i},t-i)\leq U(t,m_t,t) \quad \forall t,i$$

여기서 효용함수 $U(t,m_{t+1},t+i)$는 t가 t+i처럼 메세지를 m_t 대신 m_{t+1}를 보냈을때 얻는 효용수준을 의미하며 $U(t,m_t,t)$는 진실로 타입 t가 자신의 메세지를 보냈을 경우 얻게 되는 효용수준을 뜻한다. 이를 효용함수 (1), (2)식에 대입해서 풀면 (IC)조건은 다음과 같이 정리된다.

$$\text{(IC)}' \quad m_t-m_{t-i}\leq 2ti\leq m_{t+i}-m_t \quad \forall t,i$$

보조정리1 : 만약 모든 t에 대해 $m_{t+1}-m_t\geq 2t\geq m_t-m_{t-1}$이면 (IC)조건이 만족된다.

증명 : 먼저 (IC)′이 우측이 성립됨을 보이고자 한다.

$$m_{t+i}-m_t=(m_{t+i}-m_{t+i-1})+(m_{t+i-1}-m_{t+i-2})+\cdots+(m_{t+1}-m_t)$$
$$=2(t+i-1)+2(t+i-2)+\cdots\cdots+2t$$
$$=2ti+2[(i-1)+(i-2)+\cdots\cdots+1]\geq 2ti$$

마찬가지로 (IC)′의 좌측조건을 살펴보면 다음과 같다.

$$m_t-m_{t-i}=(m_t-m_{t-1})+(m_{t-1}-m_{t-2})+\cdots+(m_{t-i+1}-m_{t-i})$$
$$=2(t-1)+2(t-2)+\cdots\cdots+2(t-i)$$
$$=2ti+2(1+2+\cdots\cdots+i]\leq 2ti$$

정리2. 주어진 효용함수(1), (2)하에서 유일한 DI분할균형이 존재한다. 이 균형은 노동자 타입 t는 $m_{t+1}-m_t=2t$가 되도록 m을 선택하며 초기값 t=1에서는 m=0를 선택한다. 따라서 기업은 m을 보고 t를 정확히 파악하여 a=t로 행동한다.

이를 간단히 표로 나타내면 다음과 같다.

	m	a	u*	v*
t=1	0	1	1	0
t=2	2	2	3/2	0
t=3	6	3	2	0
t=4	12	4	5/2	0
t=5	20	5	3	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
t=k	$m_{k-1}+2(k-1)$	k	$k-m_k/2k$	0

증명 : 먼저 위와 같은 전략이 분할균형임을 증명하고자 한다. 본 균형전략은 $m_{t+1}-m_t=2t$가 되도록 설정되어 있으므로 보조정리에 의해 (IC)조건을 만족한다. 따라서 t는 다른 타입으로 모방할 유인이 없다. 따라서 균형여부를 조사하기 위해서는 균형전략에 속하지 않은 m이 올 경우만 분석하면 된다. 만약 균형이 아닌 메세지 m이 왔다고 하면 그 m은 $m_p<m<m_{p+1}$에 속하게 된다. 여기서 m_p는 p타입이 균형에서 보내는 메세지를 의미한다. ($m>m_k$이면 어떤 믿음하에서도 어느 누구도 이득을 보지 않으며 따라서 이 경우는 배제시켜도 무방함). 따라서 m이 왔을때 누가 가장 이러한 메세지를 보내서 이득을 얻을 것인가를 분석하여 보면 p타입이 가장 이득을 얻을 유인이 높다. 즉 (D1)조건에서 p타입을 배제할 수 없기때문에 이 메세지가 p타입에서 왔다고 볼 수 있다. 따라서 기업은 a=p로 대응하게 되는데 이 경우에 어느 누구도 이러한 메세지를 보낼려고 하지않기 때문에 균형이 성립하게 된다.

다음은 정리2와 같은 균형이 유일한 D1 균형임을 간략히 설명하고자 한다(Cho-Sobel은 상기효용함수에서 유일한 D1균형이 존재함을 보였음). 제일 낮은 타입을 제일 낮게 믿는한 $m_1=0$이 가장 유리하다. $m_1=0$이 아닌 균형에서는 $m_1=0$이 오면 이

를 제일 낮은 타입이라고 믿어야 되므로 오로지 D1균형은 m=0으로 시작되어야 한다. 다음에는 m_t가 만약 (IC)를 만족하되 $m_{t+1}-m_t>2t$가 되도록 m_t를 설정하였다고 가정하자. 이 경우 균형이 아닌 메세지 m으로서 $m_p<m<m_{p+1}$이고 $m-m_p>2t$인 메세지인 경우를 가정해 보면, 이 메세지로부터 이득을 얻을 가능성이 제일 높은 타입이 이제는 p가 아니라 p+1이 된다. 따라서 a=p+1로 대응하게 되며 이러한 대응하에서는 p+1타입은 m_{p+1}보다 m이 유리하게 되어 균형을 와해시키게 된다. 따라서 유일한 균형은 $m_{t+1}-m_t=2t$가 되도록 설정되어야 한다.

Ⅲ. 기부금 입학제 모형

정부가 법적으로 기부금 입학을 정원의 일정비율 α만큼 허용한다고 하자. 이를 기본모형과 결합시키기 위하여 다음의 가정을 추가 하고자 한다.

〈가정〉

B1. 노동자는 신호 $m=(m_e,m_d)$을 보내는 2가지 수단이 있다. 직접 교육을 받는 경우(신호 m_e)와 기부금을 지불하는 경우(신호 m_d)가 있다.

B2. 기부금 d를 내고 m_d를 얻고자 하는 경우, 실제로 m_d를 얻을 확률은 다음과 같다.

① 오직 한 타입만이 기부금 d를 지불하고자 할 경우 m_d를 얻을 확률은 α이다.

② 여러 타입이 동일한 m_d를 원할 경우 제일 많은 기부금 d를 제시한 타입에게 α의 확률이 주어진다.

③ n개의 타입이 동일한 m_d를 원하고 동일한 기부금 d를 제시한 경우에는 모든 타입에게 동일하게 α/n의 확률이 주어진다.

B3. 기부금을 제시했으나 m_d를 얻지못하는 경우 다시 상환 받는다. 즉 실패했을 경우의 비용은 없다.

본 기부금 입학제 모형의 게임 규칙은 다음과 같다.

〈게임 규칙〉

① 자연(Nature)이 t를 선택한다.

② 노동자는 t를 본 후, 직접교육을 받거나, 기부금을 통하여 또는 병행하여 신호 $m=(m_e, m_d)$를 보낸다.

③ 기업은 신호 m이 직접 교육을 받은 것인지, 기부금으로 취득한 것인지는 모르고 오직 m_e과 m_d중 값이 큰 m만을 관찰한 후 행위 a를 선택한다.

이러한 기부금 입학제 모형의 경우에 적합한 효용함수를 다음과 같이 설정하자.

$$U(t,m,a)=a-m_e/2t-D(m_d)$$

$$V(t,m,a)=-(a-t)^2$$

이상과 같은 효용함수는 기본모형과 비교해 볼 때 오로지 차이가 나는 것은 메세지의 영역이 $m \in R$ 대신 $m \in R^2$로 변함으로서 노동자의 효용함수가 m대신 m_e와 m_d로 분할되었다는 점이다. $D(m_d)$는 기부금에 드는 비용함수로서 m_d가 클수록 비용이 증가하며 $m_d=0$이면 $D=0$이다.

보조정리2 : 만약 타입 t가 신호 m_d를 기부금 d로 사는 것이 유리하다면 더 낮은 타입 $t'<t$는 당연히 m_d를 d로 사는 것이 유리하다.

증명 : 가정 A4에서 동일한 교육을 받는 비용이 타입을 낮을수록 많이 든다. 기부금의 경우 t가 기부금 d를 주고 m_d를 얻을 때 t'은 당연히 손해를 보지않는다. 따라서 낮은 타입일수록 기부금을 주고 m_d를 얻는 것이 유리하게 된다.

보조정리3 : 균형에서는 각 타입이 기부금을 주고 m_d를 얻으려고 할 때 2개 이상의 타입이 동일한 m_d를 추구하지 않는다.

증명 : n개의 타입이 동일한 m_d를 추구하게 되면 가정에 의해 m_d를 최후에 얻을 확률이 α/n이 된다. 그러나 만약 상당히 작은 금액을 추가하여 $m_{d+\epsilon}$을 지불하게 되면 최종적으로 얻을 확률이 α/n에서 α로 증대되게 된다. 따라서 아주 작은 돈을 추가로 지불해서 m_d 메세지를 얻을 확률을 상당히 크게 높일 수 있기때문이다.

보조정리4 : 어떠한 타입 t에게 있어서 $m_d>0$인 이상 $m_d>m_e(t)$가 성립한다. $m_e(t)$는 타입 t가 실제로 교육에 의해서 얻은 메세지를 의미함.

증명 : 만약 $m_d \leq m_e$라고 하자. 기업은 m_d와 m_e중 큰 m에만 의존하며 m_e는 확실히 얻어진 수준이므로 돈을 지불하고 m_d를 살려고 할 필요가 없다. 만약 m_d가 획득된다고 하더라도 돈만 d만큼 낭비하기 때문이다.

$m_d(y)$를 기부금 y를 주고 m_d을 얻는 경우의 신호하 하자. 이를 간단히 m_y로 표시하기로 하자. $a(m_y)$는 기업이 m_y가 왔을때 지불하는 임금수준이라고 하자. 그러면 $a(m_y)-y$는 노동자가 기부금 y를 내고 m_y를 얻었을 때의 효용수준을 의미한다.

보조정리5 : 모든 x,y에 대해 만약 $x \neq y$이면 균형에서는 $a(m_y)-y=a(m_x)-x$이다.

증명 : x와 y가 같지 않은 경우 어느 한 쪽이 크다고 가정하자. 예로서 $a(m_y)-y>a(m_x)-x$이라고 가정하자. 그러면 모든 타입이 y를 지불하고 $a(m_y)$를 지불하고 $a(m_y)$를 얻기를 바란다. 이는 타입에 의존하지 않기 때문이다. 따라서 균형이 되기 위해서는 각 기부금의 차이에 따라 기대되는 임금의 차이가 동일해야 한다.

보조정리5에서 $y>x$이면 $a(m_y)>a(m_x)$이다. 기업은 타입이 클수록 a를 많이 지불하므로 m_y가 왔을 때 예측 λ가 m_x가 왔을 때 예측 μ보다 1차 확률지배한다. 따라서 m_y는 m_x보다 커야 된다.

$m_d(t_i)$를 타입 t=i가 기부금을 통해 추구할 교육수준이라 하고 $m_e(t_j)$는 타입 t=j가 실제 교육을 통해 얻고자 하는 교육수준이라고 하자.

보조정리6 : 균형에서는 $m_d(t_i)=m_e(t_j)$, $i<j$, $i+j=k+1$이 성립한다.

증명 : 기본모형에서 보듯이 높은 타입일수록 m_e는 높다. 이는 높은 타입이 m_e을 얻는 비용이 상대적으로 싸기 때문이다. 그러나 기부금으로 m_d을 추구할 때는 타입에 관계없이 동일한 돈을 지불하기 때문에 상대적으로 제일 낮은 타입에게 유리하다(보조정리1). 또한 기부금에 의

한 m_d가 획득되었을 경우 이미 비용을 지불하여 얻은 m_e에 대한 기대손실도 타입이 낮을수록 유리하다.

(1) 균형에서는 제일 낮은 타입이 기부금을 내고 제일높은 타입을 모방한다. 만약 균형에서 어느 누구도 제일높은 타입을 모방하지 않는다면 당연히 제일 낮은 타입은 기부금을 약간 지불하면 α의 확률로서 높은타입으로 가장할 수 있기 때문에 모방하게 된다. 또한 제일높은 타입으로 다른 타입이 모방하고 있는 경우도 제일 낮은 타입이 그 기부금보다 약간 높이 내게 되면 α의 확률을 얻기 때문에 유리하다. 반면에 다른 타입이 제일 낮은 타입과 같이 제일높은 타입으로 모방할 경우에는 기부금을 더 내고도 임금수준을 제일높은 타입으로 모방할 경우에는 기부금을 내고도 임금수준은 제일높은 타입과 제일낮은 타입이 섞여 있는 수준의 임금을 받기 때문에 일정한 기부금을 설정하게 되면 다른 타입은 모방할 수 없게 된다. 따라서 제일 낮은 타입이 상대적으로 가장 유리하기 때문에 균형에서는 제일 낮은 타입이 제일 높은 타입을 모방하게 된다.

(2) 제일 낮은 타입이 기부금을 통하여 제일 높은 타입이 실제로 받는 교육수준을 선택하고 그 다음으로 낮은 타입이 그 다음 높은 타입의 m을 모방한다. 앞에서 보았듯이 제일 높은 타입으로는 제일 낮은 타입이 모방하게 되고 그러고 나면 같은 논리로 다음으로 낮은 타입이 다음으로 높은 타입으로 모방하게 된다. 또한 균형이 되기 위해서는 제일 낮은 타입이 다른 타입으로 모방할 유인이 없어야 되는데 이는 보조정리5에 의하여 기부금을 잘 설정함으로서 가능하다.

(3) 균형에서는 $m_d(t_i)=m_e(t_j)$가 된다.

위와 같이 모방을 하기 위해서는 $m_d(t_i)=m_e(t_j)$가 되어야 함은 당연하다. 왜냐하면 실제로 교육을 받아 이루어지는 $m_e(t_j)$와 다른 m_d를 추구할 경우에는 기업은 즉시 기부금으로 인한 것임을 알아차리기 때문에 균형에서는 $m_d(t_i)=m_e(t_j)$가 되어야 한다.

이상과 같이 보조정리를 정리하면 기업이 어떻게 임금을 지불하나 하는 것을 알 수 있다. 균형에서는 제일 높은 메세지(m_k)가 왔을 경우 기업 높은 타입이 보냈을 경우와 α만큼의 확률로 제일 낮은 타입이 보냈을 경우를 고

려하여 제일 높은 메세지를 보고 제일 높은 타입일 확률이 $1/(1+\alpha)$라고 믿게 되며 제일 낮은 타입이 보내왔을 경우를 $\alpha(1+\alpha)$이라고 믿는다. 따라서 기업의 임금지불은 초기의 타입분포와는 무관하게 $k^*(1-\beta)+1*\beta$로 지불한다(편의상 $\alpha/(1+\alpha)$대신 β로 표시하였음).

이상과 같이 보조정리를 정리하면 다음과 같은 정리를 얻을 수 있다.

정리3 : 기부금 모형에서는 다음과 같은 균형이 존재한다.

(CASE 1) k가 홀수일때

① 타입 $i=1,\cdots,(k-1)/2$는 기부금 di를 지불하고 $m_{(k+1)-i}$를 추구한다.

② 기업은 메세지 m_i를 보고 임금 $a(m_i)$를 다음과 같이 지불한다.

$a(m_i)=t_i$ if $i\leq(k+1)/2$

$a(m_i)=\beta((k+1)-i)+(1-\beta)i$ if $i>(k+1)/2$ where $\beta=\alpha/(1+\alpha)$

③ $m_1=0$

$m_i=m_{i-1}+2(i-1)$ if $i\leq(k+1)/2$

$m_i=m_{i-1}+2(i-1)(1-2\beta)$ if $i>(k+1)/2$

④ d_i는 먼저 $i=(k-1)/2$가 $i+2$타입으로 모방하는 경우와 무차별하도록 결정한다.

즉 $i-m_i/2i=(1-\beta)(i+2)+\beta_i-m_{i+2}/2i-di$가 된다.

이를 토대로 $a(m_i)-d_i=a(m_j)-d_i \quad \forall \; j<i$를 구한다.

(CASE 2) k가 짝수일때

① 타입 $i=1, \cdots, k/2$는 기부금 d_i를 지불하고 $m_{(k+1)-i}$를 추구한다.

② 기업은 메세지 m_i를 보고 임금 $a(m_i)$를 다음과 같이 지불한다.

$a(m_i)=t_i$ if $i\leq k/2$

$a(m_i)=\beta((k+1)-i)+(1-\beta)i$ if $i>k/2$

③ $m_1=0$

$m_i=m_{i-1}+2(i-1)$ if $i\leq k/2$

$m_i=m_{i-1}+2i(1-\beta)$ if $i\leq k/2+1$

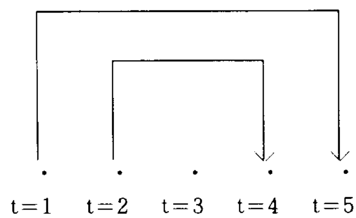
$m_i=m_{i-1}+2i(1-2\beta)$ if $i>k/2+1$

④ d_i는 $i=k/2$가 $i+1$ 타입으로 모방하는 경우와 무차별하도록 결정한다.

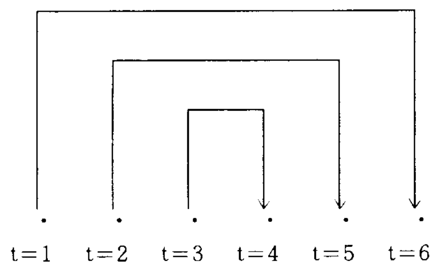
즉 $i-m_i/2i=(1-\beta)(i+1)+\beta_i-m_{i+1}/2i-d_i$가 된다.

이를 토대로 $a(m_i)-d_i=a(m_j)-d_i \quad \forall\ j<i$를 구한다.

증명 : 정리3의 ①은 제일 낮은 타입은 기부금을 통해 제일 높은 타입을 모방하고 그 다음 타입은 제일 높은 타입보다 한단계 낮은 타입의 순으로 모방을 하게 된다는 것을 의미하며 이는 보조정리1에서 6까지의 결과에서 얻어진 것이다. 따라서 아래 그림과 같이 k가 짝수일 때는 $i=k/2$가 바로 한타입 위인 $i+1$을 모방하게 되는 반면 k가 홀수일 때는 $i=(k-1)/2$이 $i+2$로 두타입 위로 모방하게 된다는데 차이가 있다.



k=5일때



k=6일때

따라서 기업은 만약 m_d가 ①과 같은 식으로 보내지면 제일 높이 보낸 메세지를 보면 이는 제일 낮은 타입이 보냈을 확률도 β라고 믿기 때문에 임금을 $(1-\beta)k+\beta$만큼 지불하게 된다 이와 같이 만약 i타입이 j모방해서 메세지를 보내면 기업은 임금을 $\beta((k+1)-j)+(1-\beta)j$만큼 지불하게 된다. 왜냐하면 보조정리6에 의해 $i+j=k+1$이기 때문이다.

다음 문제는 구체적인 m_j를 선정하는 방법인데 모방하는 타입에서 m_j는 기본모형과 동일하나 모방당하는 타입에서는 타입이 t라 하더라도 임금은 마치 $t'=(1-\beta)j+\beta((k+1)-j)$인 것처럼 지불되

기 때문에 (IC)조건의 식이 다음과 같이 달라지게 된다. 먼저 홀수인 경우를 살펴보자. 만약 j타입이 모방당하지 않는 마지막 타입이라고 하면 $j=(k+1)/2$이 된다. 이 경우의 (IC)조건에서 m_{j+1}은 $U(j,m_j,a_j)=U(j,m_{j+1},a_{j+1})$이 되도록 구하면 된다. 즉 $j-m_j/2j=(1-\beta)(j+1)+\beta(j-1)-m_{j+1}/2j$가 된다. 즉 $m_{j+1}=m_j+2j(1-2\beta)$가 된다. 짝수인 경우에는 마지막 모방 당하지 않는 타입을 j라고 하면 $j=k/2$가 되며 이경우 m_{j+1}은 $j-m_j/2j=(1-\beta)(j+1)+\beta j-m_{j+1}/2j$가 된다. 따라서 $m_{j+1}=m_j+2j(1-\beta)$가 된다. 그다음 모방 당하는 가장 낮은 타입을 j라 하고 바로 위타입 j+1과의 IC조건은 k가 홀수나 짝수인 경우 모두 동일하게 다음식에서 구하면 된다.

즉 $(1-\beta)j+\beta((k+1)-j)-m_j/2j=(1-\beta)(j+1)+\beta((k+1)-(j+1))-m_{j+1}/2j$

따라서 $m_{j+1}=m_j+2j(1-2\beta)$가 된다.

정리④는 대학이 기부금을 최대로 걷어들인다는 가정하에서, 가능한 많은 타입이 모방하도록 하되 최대한으로 걷기 위해서는 기부금을 낼 수 있는 제일 중간 타입이 기부금을 내는 경우와 기부금을 안내는 경우와 무차별하도록 설정하면 된다. 따라서 기부금을 안내고 실제 교육을 받는 경우의 효용인 $U(i,m_i,a_i)=i-m_i/2i$와 기부금은 내는 경우의 효용수준인 $U(j,m,a_j)=(1-\beta)j+\beta i-m_i/2i-d_i$가 같도록 d_i를 설정하면 된다. 이를 기초로 모든 d_i를 보조정리5를 토대로 구할 수 있다.

이상과 같은 정리를 통하여 기부금모형의 균형을 찾아낼 수 있는데 간단한 예를 통하여 분석해 보고자 한다.

예 : k=5인 경우

타입 t=1은 기부금을 지불하여 t=5를 모방하며 타입 t=2는 t=4를 모방한다. 따라서 기업이 메세지 m_5를 보게 되면 이 메세지가 타입 t=5에서 왔을 확률이 $(1-\beta)$, 타입 t=1에서 확률이 β라고 믿게 된다. 따라서 기업이 지불하고자 하는 임금을 a=t로 하는 것이 이윤을 극대화 하는 것이므로 기업이 메세지 m을 보고 임금을 지불

하는 수준은 $a(m_5)=5\cdot(1-\beta)+1\cdot\beta$가 된다. 마찬가지로 메세지 m_4를 보게 되면 $a(m_4)=4\cdot(1-\beta)+2\cdot\beta$가 된다. 메세지 m_1, m_2, m_3의 경우는 기부금을 통해 모방하려고 하는 타입이 없으므로 각각 $a(m_1)=1$, $a(m_2)=2$, $a(m_3)=3$이 된다.

그러면 다음에는 어떠한 m_t를 설정하는 것이 타입들에 의해 분할균형 발생할 수 있는가를 살펴보고자 한다. 이는 $a(m_t)$를 갖고 기본모형에서와 같이 (IC)조건을 만족하는 m_t를 찾아내는 방법을 취하면 된다. 즉 $t_t'=a(m_t)$인 경우로 생각하여 m_t를 찾아내면 된다. 즉 $t=1$부터 $t=3$까지는 기본모형과 동일하다. 그러나 $t=3$이 $t=4$를 모방하려고 할 때는 기본모형과는 달리 기부모형에서는 4대신 $a(m_4)=4(1-\beta)+2\beta$를 받는다. 따라서 교육수준이 기본모형과 같이 12가 아니라 $12(1-\beta)$이 되는 것이 (IC)조건을 만족한다. 왜냐하면 (IC)조건에서 보면 $U(3,m_4,4)=U(3,m_3,3)$을 만족하는 m_4를 구하면 된다. 따라서 $4(1-\beta)+2\beta+m_4/(2\cdot 3)=2$에서부터 $m_4=12(1-\beta)$를 얻을 수 있다. 마찬가지로 m_5는 $U(4,m_5,5)=U(4,m_4,4)$에서 구하면 $(5-4\beta)-m_5/(2\cdot 4)=(4-2\beta)-12(1-\beta)/(2\cdot 4)$으로부터 $m_5=20-28\beta$를 구할 수 있다.

t	a	m
t=1	$a(m_1)=1$	$m_1=0$
t=2	$a(m_2)=2$	$m_2=2$
t=3	$a(m_3)=3$	$m_3=6$
t=4	$a(m_4)=4(1-\beta)+2\beta$	$m_4=12(1-\beta)$
t=5	$a(m_5)=5(1-\beta)+\beta$	$m_5=20-28\beta$

이제 남은 문제는 균형이 되는 기부금 액수를 설정하는 문제이다. 기부금 액수를 어떻게 정하느냐에 따라 균형이 여러개 생길 수 있다. 기부금 액수를 높이면 높일 수록 기부금으로 모방하려는 타입이 줄어들게 된다. 보조정리1에서 보듯이 가장 낮은 타입이 기부금에 의한 혜택도 가장 크게 보게 되므로 가장 낮은 타입이 가장 좋은 타입으로 모방할 유인이 없도록 기부금을 설정하면 기부금 모형은 기본모형과 동일해 진다. 만약 대학이 기부금을 최대로 받는다는 것을 원하는 입장이라고 가장하자. 그러면 타입 $t=2$가 기부금을 내고 m_4를 흉내내는 경우와 기부금없이 m_6만을 선택하는 경우를 무차

별하게 설정하여 놓고, 즉 $3/2=(1-\beta)[2-2/(2\cdot 2)]+\beta[4(1-\beta)+2\beta-d_2-1/2]$식을 풀면 $d_2=2-2\beta$를 얻을 수 있다. 우변식의 첫번째 항은 기부금이 승락 안됐을 경우의 효용이고 두번째 항은 기부금이 승락되었을 경우 얻은 이득과 기부금 비용 및 이미 교육받은 비용을 포함하고 있다. 마찬가지로 타입1의 기부금 액수는 보조정리5를 통하여 $a(m_5)-d_1=a(m_4)-d_2$식에서 계산된다. 즉 $d_1=3-4\beta$가 된다.

이상과 같이 $k=5$인 경우의 기본모형과 기부금모형의 균형을 비교하면 다음과 같다.

타입	기 본 모 형			기 부 금 모 형			
	m	U	V	$\dot{m}$	d	U	V
$t=1$	$m_1=0$	1	0	$m_1=0$	$d_1=3-4\beta$	$1+\beta$	0
$t=2$	$m_2=2$	1.5	0	$m_2=2$	$d_2=2-2\beta$	1.5	0
$t=3$	$m_3=6$	2	0	$m_3=6$		2	0
$t=4$	$m_4=12$	2.5	0	$m_4=12(1-\beta)$		$2.5-0.5\beta$	$-4\beta(1-\beta)$
$t=5$	$m_5=20$	3	0	$m_5=20-28\beta$		$3-1.2\beta$	$-16\beta(1-\beta)$
효용합		10	0		$5-6\beta$	$10-0.7\beta$	$-20\beta(1-\beta)$
총효용	$U+V=10$			$U+V+d=20\beta^2-26.7\beta+15$			

따라서 기부금 모형과 기본모형을 비교분석하여 보면 β가 크지 않은한($\beta<1/2$인한), 즉 기부금입학 비율이 상당히 작은 비율인 경우 대학이 선별기능은 그대로 유지된다. 즉 제일 낮은 타입의 일부가 제일 높은 타입으로, 그 다음 타입은 제일 높은 타입으로 일부 모방하는 형태로 균형을 이루게 되며 여전히 제일 높은 타입이 제일 높은 임금수준을 받는다. 다만 기부금 입학이 없는 경우와는 달리 교육수준이 일방적으로 하향조정하게 된다. 그 이유로서는 낮은 타입들이 모방을 함으로써 과거와 같이 비록 높은 교육을 받더라도 임금수준은 낮아지기 때문에 이를 고려하여 약간 낮은 수준으로 선별기능만 유지하도록 교육수준이 조정되어 진다. 따라서 기부금입학제는 낮은 타입일수록 효용수준이 증대되며 중간타입은 거의 기부금에 무관하게 되며 높은 타입은 낮은 타입들의 영향으로 손해를 보게 된다. 즉 기부금입학은 높은 타입의 효용을 희생하여 낮은 타입으로 전가시키는 문제를 야기시키게 된다. 또한 노동자의 입장에서 본 총효용의 합은 기본모형보다도 0.7β만큼 감소하게 된다. $(1+\beta)+1.5+2+(2.5-0.5\beta)+3(1.2\beta)<1+1.5+2+2.5+3$).

또한 기업의 입장에서도 정확히 선별이 되지 않고 β확률 만큼 섞인 타입

을 고려하여 임금을 지급하여야 하기 때문에 총효용의 측면에서 $4\beta(1-\beta)+16\beta(1-\beta)=20\beta(1-\beta)$만큼 떨어지게 된다. 그러나 대학에서 걷어들인 기부금은 모두 학생들과 기업에 돌려 주게 된다면 사회적으로 총효용을 증가시킬 수는 있다. 왜냐하면 기부금을 통해 얻어지는 효용의 증가는 $d_1+d_2=5-6\beta$이고 기업과 노동자의 총효용 감소는 $20\beta-20\beta^2+0.7\beta=20.7\beta-20\beta^2$이다. 따라서 $5-6\beta$가 $20.7\beta-20\beta^2$보다 크면 사회적 효용이 증대된다. 즉 $\beta<0.225285$이면 사회적 총효용을 증가시킬 수 있다. 이러한 결과가 나온다는 것은 상당히 이상히 생각될 수도 있다. 왜냐하면 조세제도의 경우 대개 거둬들이는 수입을 다시 지불하면 비효율성이 발생하여 총효용이 감소되기 때문이다. 그러나 여기서는 총효용이 증가하게 되는 이유가 교육이 오로지 생산능력을 판별하는 기능만을 갖고 있게 됨에 따라 교육을 받는 비율이 오로지 사회적 손실로서 간주되어 있기 때문에 기부금입학제가 전체적인 교육수준을 하락시킴으로서 총효용을 증대시키게 된다.

Ⅳ. 결　　론

단순한 모형을 통해 기부금 입학제를 분석하여 본 결과 신호모형의 가장 중요한 기능인 선별기능은 기부금입학비율이 크지 않는한 유지될 수 있다고 본다.

그러나 효용수준 면에 있어서 공부 못하는 학생을 위해 잘하는 학생이 희생되어야 하는 공평의 문제가 생기게 된다. 또한 기업의 입장에서도 정확한 선별기능이 불가능하게 됨에 따라 효용이 축소되는 효과가 생기게 된다. 따라서 기부금입학제의 관건은 대학이 얻어들인 기부금을 어떻게 활용하여 학생 전부 또는 기업에게까지 더 효율적으로 사용하는냐의 여부에 달려있다고 보여진다. 본 논문에서의 문제는 기부금의 액수에 따라 균형이 변하게 되는 문제가 남아 있는데 이는 모형에서 대학의 역할이 빠져있기 때문이다. 따라서 향후 연구로서는 기부금입학에 관한 대학의 문제를 모형에 포함시켜 학생과 기업간의 2자간 모형이 아닌 학생, 대학, 기업 3자간의 모형이 분석될 필요가 있다고 본다. 또한 학력수준이 기업의 생산능력에 어느 정도 효과를 주는 모형을 살펴보는 것이 필요하며, 대학 졸업여부를 단순히 선별기능으로만 인식하지 않고 지대추구행위(rent seeking behavior)에 맞추어 살펴볼

필요가 있다.

이는 대학이 선별기능 이외에도 동일한 동창생이면 혜택을 주는 상황, 즉 한국사회가 학연에 집착한다는 관점도 있기 때문이다. 물론 본 논문의 분석에서 임금수준의 지급이 일부 학연에 의한 이득을 포함한다고 해석할 수도 있지만 좀더 구체적이고 다각적인 분석이 향후 고려되어야 할 것이다.

참고문헌

1. Banks, Jeffrey S. and Joel Sobel 〔1987〕 : "Equilibrium Selection in Signaling Games," *Econometrica,* 55:647-661.
2. Cho, In-Koo and David M. Kreps 〔1987〕 : "Signaling Games and Stable Equilibria," *Quarterly Journal of Economics,* 102:179-221
3. Cho, In-Koo and Joel Sobel 〔1990〕 : "Strategic Stability and Uniqueness in Signaling Games," *Journal of Economic Theory,* 50:380-413
4. Kohlberg, Elon and Jean-Francois Mertens 〔1986〕 : "On The Strategic Stability of Equilibria," *Econometrica,* 54:1003-1037.
5. Kreps, David M. and Robert Wilson〔1982〕 : "Sequential Equilibria," *Econometrica,* 50:863-894.
6. Mailath, George〔1987〕 : "Incentive Compatibility in Signaling Games with a Continuum of Types," *Econometrica,* 55:1349-1365.
7. Spence, A. Michael 〔1974〕 : *Market Signaling,* Cambridge, Harvard University Press.